

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

B A N D CXXVIL

P

ANNALEN
DER
PHYSIK
UND
CHEMIE.

FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

von

J. C. POGGENDORFF.

SIEBENTER BAND.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1866.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

新嘉坡人行會

1882

新嘉坡人行會

1882

新嘉坡人行會

新嘉坡人行會

1882

新嘉坡人行會

1882

新嘉坡人行會

1882

新嘉坡人行會

1882

新嘉坡人行會

1882

新嘉坡人行會

1882



ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.

—
HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERT SIEBENUNDZWANZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDDRITTER.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1866.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

18

Ha

-In

Tr

-

07

-0

re

an

70

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

10

-

DER PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXXVII.

I. Optische Experimental-Untersuchungen;
von G. Quincke.**Ueber das Eindringen des total reflectirten Lichtes in das
dünnerne Medium.****1.**

In der Abhandlung über die Modificationen, welche polarisiertes Licht durch die totale Reflexion erleidet, erklärte Fresnel¹⁾ die imaginären Ausdrücke, welche seine Formeln für die Amplituden des reflectirten Lichtes ergeben, dadurch, dass das Licht nicht mehr an der Gränze der beiden durchsichtigen Medien reflectirt würde, sondern dass ein Theil desselben bis zu einer gewissen Tiefe in das dünnerne Medium eindränge und dann aus dem Innern dieses dünneren Mediums zurückgeworfen würde. Die Tiefe selbst hat er nicht angegeben, doch wird sie von einigen zu $\frac{1}{4}$ einer Wellenlänge, von anderen zu $\frac{1}{2}$, von manchen noch anders angenommen.

Fresnel stellte sich mit dieser Hypothese auf den Standpunkt den schon seine Vorgänger, mochten sie von der Undulationstheorie oder der Emanationstheorie des Lichtes ausgegangen seyn, eingenommen hatten. Huyghens²⁾ sucht eine, freilich ungenügende, Erklärung der totalen Reflexion zu geben, indem er das Licht bis zu einer ganz geringen Tiefe in das dünnerne Medium eindringen lässt. Thomas

1) *Mémoire sur la loi des modifications imprimées à la lumière polarisée par sa reflexion totale dans l'intérieur des corps transparents.* (lu à l'institut 6 janv. 1823) *ann. d. chim et d. phys.* t. 29, 1825, p. 175 — 187.

2) *Huyghens, traité de la lumière* 1690. *Leide*, p. 38.

Young nennt die totale Reflexion einen besonderen Fall der Brechung¹⁾ und bemerkt ausdrücklich, daß den Theilchen des dünneren Mediums theilweise die Bewegung der einfallenden Welle mitgetheilt würde²⁾.

Newton³⁾ sagt, daß die Strahlen aus Glas in den luftleeren Raum eindringen, dann wieder in das Glas zurückgebeugt und total reflectirt werden. Die Lichtstrahlen beschreiben dabei eine Parabel⁴⁾. Diese Vorstellung haben dann auch die Anhänger der Emanationstheorie, z. B. Biot und Brewster beibehalten.

Dafs aber schon Newton den experimentellen Beweis für das Eindringen des total reflectirten Lichtes geliefert, scheint allen seinen Nachfolgern mit Ausnahme von Biot⁵⁾ entgangen zu seyn.

Newton⁶⁾ drückte die schwach convexen Flächen

1) Th. Young, *lectures on natural philosophy*, London 1807, I, p. 461.

2) ib. II, p. 623 (*Phil. trans.* 12. Nov. 1801). *The total reflexion seems to require the assistance of the particles of the rarer medium, to which the motion of the preceding portion of the undulation has been partly communicated, without being able to produce any other effect than that of urging them in the direction of the surface and enabling them to resist the force of the direct undulation, which tends to remove them from the surface.*

3) Newton, *optice ed. II*, 1719. p. 374 lib. III, qu. 29.

4) Newton, *principia phil. nat.* p. 206, lib. I prop. 96.

5) Biot, *traité de physique* 1816 III, p. 276 und p. 290.

6) *Optice lib. II, obs. 1*, p. 185. *Cum bina priamata paulo arcuus ad se comprimerem invicem, ut latera ipsorum (quae erant forte aliquantulum convexa) se aliqua sui parte inter se contingenteret; observabam locum, ubi illa contingenteret inter se, plane et perfecte pellucidum illico esse factum; perinde ac si vitrum ibi fuissent unum et continuum. Etenim quum lumen in aereum istum, qui in reliquis omnibus facierum commissarum partibus inter bina priamata interjaceret, adeo oblique incideret, ut id omne reflecteretur; in illa parte ubi facies eae se contingebant inter se, videbatur id omne transmitti: adeo ut locus ille contactus, cum inspicteretur, videretur tanquam macula nigra vel tenebrosa; properea quod ex illo non, uti ex aliis locis, plurimum luminis, sed parum aut nihil, quod quidem sensu percipi posset reflecteretur: cum autem is transpicerebatur, tum videretur tanquam foramen in aere illo, qui vitrorum compressu in tenuem quandam inter binas*

zweier Prismen gegeneinander. Durch die Berührungsstelle derselben konnte er hindurch sehen, wie wenn das Glas continuirlich in einander übergegangen wäre. Im reflectirten Lichte erschien diese Berührungsstelle als dunkler Fleck auf hellem Grunde. Beides fand auch noch statt, wenn das Licht an den anderen Stellen der Prismenfläche total reflectirt wurde. Drehte man die Prismen um ihre gemeinsaine Axe¹⁾, so dass einige Strahlen durch die dünne Luftschicht zwischen den Prismenflächen hindurch zu gehen anfingen, so erschienen farbige Bogen, die bei weiterem Drehen in geschlossene Kreise übergingen. Der Durchmesser dieser Ringe wurde kleiner, wenn durch weiteres Drehen der Einfallswinkel allmählich abnahm. Newton beschreibt nun²⁾ die Aenderung der Farbenringe bei verschiedenem Einfallswinkel sowohl, als auch wenu die gewöhnliche Reflexion in die totale übergeht, und zeigt dann³⁾

prismatum facies conformatus esset lamellam. Per quod quidem foramen distincte perspici poterant corpora ultra collocata; quae per alias vitrorum partes, ubi aerea lamella interjecta esset, cerni omnino non poterant.

1) *Optice lib. II, obs. 2, p. 186.* Quum lamina illa aerea, convertendo prismata circa axem suum communem, adeo parum tandem ad incidentes radios inclinata esset facta, ut nonnulli eorum transmitti coepissent; oriebantur in ea multi tenues arcus colorati, qui initio formam conchoidis fere exprimebant, quomodo eos in primo schemate depictos videre est. Continuando autem prismatum motum arcus isti augebantur perpetuo et incurvabant sese magis magisque circa antedictam maculam pellucentem, donec tandem in circulos integros sive annulos maculae isti circumjectos flexi, contraherent sese deinceps gradatim in paritatem.

2) *Ib. p. 187.*

3) *Ib. lib. II, p. 198, obs. 8.* Macula nigra quoque in medio annularum, augebatur obliquatione oculi; quanquam vix adeo, ut id sensu percipi posset. Verum si loco vitrorum objectivorum, adhiberentur prismata; dilatabatur ea manifestius, cum adeo oblique inspiceretur, ut nulli colores ei viderentur circumjecti. Minima tum erat, cum radii luminis in interfacientem aerem obliquissime incidenter; Pro eo autem ut horum obliquitas minueretur, ita illa magis magisque augebatur, usque dum annuli colorati apparerent; tumque iterum minuebatur; verum non tantum, quantum se ante

wie der schwarze centrale Fleck in der Mitte der Ringe mit wachsendem Einfallswinkel zunimmt. Der Fleck erscheint am größten, wenn die Farbenringe um denselben verschwunden sind, und nimmt allmählich mit wachsendem Einfallswinkel ab, jedoch nicht bis zu seiner ursprünglichen Größe für nahezu senkrecht auf die Luftsicht auffallende Strahlen.

Im dritten Buche der Optik¹⁾ wird aus diesen Versuchen der Schluss gezogen, dass die Lichtstrahlen bei gewöhnlicher, wie bei totaler Reflexion aus dem Glase des oberen Prismas in den Raum zwischen beiden Prismen eindringen, und dann durch irgend eine Kraft in das Glas zurückgezogen werden. Aus den erwähnten Beobachtungen des zweiten Buches²⁾, welche auch den Durchmesser des schwarzen centralen Fleckes für nahezu senkrecht einfallende (also gewöhnlich reflectirte Strahlen) angeben, leitet Newton die Tiefe, bis zu der das Licht in den Raum zwischen den convexen Glasflächen eindringt = 100000 engl. Zoll = 0'''0000254 ab, ohne weiter der totalen Reflexion zu gedenken.

Weder in den Abhandlungen von Fresnel noch in solchen, die nach seiner Zeit erschienen, wird jener Versuch Newton's erwähnt, soviel mir wenigstens bekannt,

dilataverat. Atque hinc manifestum est, maculam illam pellucere, non modo qua parte vitra se inter se contigerent plane, verum etiam qua exiguo quodam intervalllo distarent inter se.

1) *Ib. lib. III, qu. 29 p. 374.* *Radius luminis inter transendum e vitro in vacuum, inflectuntur ad vitrum versus, et si nimium oblique in vacuum incident, revertuntur in vitrum et ex toto reflectuntur. Atque hujus quidem reflexionis causa attribui non potest resistentiae vacui, sed omnino vi alicui in vitro, quae radios jam in vacuum exentes retrahat et reducat. Etenim si posterior vitri superficies, aqua, vel oleo limpido, vel melle liquido et pellucido manifestat; jam radii, qui alioqui reflecterentur, transibunt in istum liquorē. Ex quo apparet, radios non ante reflecti, quam ad postrem ipsam vitri superficiem pervenerint, perque eam exire incipiunt.*

2) *Ib. lib. II, obs. 8, p. 199.*

und auch ich wurde erst, nachdem die folgende Arbeit schon vollendet war, auf dieselben aufmerksam.

Es ist dies um so auffallender, als Fresnel¹⁾ ganz ähnliche Versuche, wie Newton angestellt hat und auch später einmal erwähnt²⁾, dass gewisse Versuche das Eindringen des Lichtes anzudeuten schienen. Zu Anfang desselben Aufsatzes lässt er es freilich noch zweifelhaft, ob die beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Lichtbündel, in welche man die einfallenden Strahlenbündel zerfallen kann, gewissermaßen nicht in derselben Tiefe reflectirt oder ob beide von der Oberfläche selbst zurückgeworfen würden, und in ihren Vibrationsperioden ungleiche Modificationen erlitten, in der Weise³⁾, dass das nach der Einfallsebene polarisierte Lichtbündel nach einer solchen Reflexion um $\frac{1}{2}$ Undulation gegen das andere zurücksteht oder ihm um $\frac{2}{3}$ vorausläuft.

In neurer Zeit hat Babinet⁴⁾ aus Versuchen über die Interferenz von Lichtstrahlen, die gewöhnliche und totale Reflexion erlitten hatten, geschlossen, dass der total reflectirte Strahl einen kleineren Weg als der gewöhnlich reflectirte zurückgelegt hat. Zu demselben Resultate kommt

1) Ann. d. chim. t. 23, 1823, p. 130: *j'avais eu occasion d'observer le noir foncé des anneaux obscurs sous des incidences très-obliques et tout près de celle où la réflexion devient totale, en employant deux prismes appliqués l'un contre l'autre par leurs bases, dont l'une était légèrement convexe: de cette manière la lumière réfléchie, à la face d'entrée du verre supérieure ne se mêle plus avec celle qui produit les anneaux.*

2) Ann. de chim. et de phys. t. 46 1831 p. 263. »Pour résoudre le problème rigoureusement, au lieu de chercher à deviner ce que l'analyse indique dans des formules qui deviennent imaginaires, il aurait fallu recommencer le calcul pour le cas de la réflexion complète, en y exprimant la condition que le mouvement vibratoire ne peut pas se propager dans le second milieu ou que du moins s'il y pénètre, comme certaines expériences paraissent l'indiquer, il ne s'étend qu'à une petite distance de la surface de contact des deux milieux«.

3) Ib. p. 241.

4) Compt. rend. t. VIII 1839 p. 709.

mit ähnlichen Beobachtungsmethoden Billet¹⁾), der ebenfalls total reflectirte Strahlen gegen solche beschleunigt findet, die von einem Metall (Spiegelfolie) reflectirt worden sind. Ich werde auf diese Versuche, welche den Resultaten der meinigen scheinbar widersprechen, bei einer anderen Gelegenheit zurückkommen.

2.

Für die folgenden Untersuchungen wurden ausgezeichnete Gläser aus der optischen Werkstatt des Hrn. Steinheil in München benutzt, die in Bezug auf die Vollkommenheit der Flächen und des Materials durchaus nichts zu wünschen übrig ließen.

Es wurde auf ein rechtwinkliges Flintglas-Prisma, dessen Kathetenflächen von 20^{mm} im Quadrat genau Winkel von 45° mit der Hypotenuse flächen bildeten, ein zweites ebensolches Prisma gelegt, das sich von dem ersten nur dadurch unterschied, dass seine Hypotenuse fläche nicht eben, sondern eine Kugelfläche von $281 \text{ par. Zoll} = 7606^{\text{mm}},7$ Radius war. Die Prismen wurden sanft an einander gedrückt und am Rande mit ein paar Kitttropfen an einander befestigt. Bei einigen Versuchen wurden sie außerdem noch aneinander gebunden durch einen Faden, der über die Mitte der Prismenkanten fortließ. Im reflectirten Licht erscheinen in der Luftschicht zwischen den Hypotenuse flächen Newton'sche Farbenringe mit einem schwarzen Fleck in der Mitte. Der Brechungsexponent des Flintglases war 1,6160 für die Fraunhofer'sche Linie D und also der Gränzwinkel der totalen Reflexion $38^\circ 14'$.

Sah man durch zwei gegenüberliegende Kathetenflächen AB und A₁B₁ (Fig. 1 Taf. I) hindurch nach einer hellen Fläche, dem Himmel oder der Milchglasglocke einer Lampe, so bemerkte man die Newton'schen Farbenringe mit einem centralen weißen Fleck, der mit wachsendem Einfallsinkel gröfser wurde, ebenso wie der Durchmesser

1) *Ann. de chim. t. 64, 1862 p. 410, vergl. auch Billet, traité d'optique physique, Paris 1859 t. II p. 110.*

der Ringe. In der Nähe des Gränzwinkels der totalen Reflexion lösten sich die farbigen Ringe in dunkle Bogen auf, die grosse Axe des elliptischen weissen Fleckes nahm sehr schnell zu, erreichte ihren grössten Werth von etwa 6^{mm} nachdem diese dunklen Bogen vollständig verschwunden waren, und nahm dann wieder ab, zuerst sehr rasch, später langsamer. Bei den grössten Einfallswinkeln, die noch eine Beobachtung gestatteten, war die grosse Axe der hellen Ellipse etwa 1^{mm} . Der Rand des elliptischen Fleckes erschien gegen den übrigen dunklen Theil der Hypotenusenflächen nicht scharf begränzt, sondern verwaschen.

Im reflectirten Lichte sieht man bei allen Einfallswinkeln stets das complementäre Licht des durchgegangenen, also einen dunklen centralen Fleck auf hellem Grunde, wenn der Gränzwinkel der totalen Reflexion überschritten ist. Die grosse Axe des elliptischen dunklen Fleckes nimmt ebenfalls mit wachsendem Einfallswinkel ab.

Offenbar kann nun das Licht nicht in das zweite Flintglasprisma eindringen, wenn es nicht vorher durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen hindurchgegangen ist. Der Abstand der Hypotenusenflächen am Rande des erwähnten elliptischen Fleckes giebt die grösste Tiefe, bis zu der das Licht in das dünnerne Medium eindringt, und lässt sich aus der beobachteten grossen Axe des hellen elliptischen Flecks und dem bekannten Radius der kugelförmigen Hypotenusenfläche berechnen.

Die grosse Axe des hellen elliptischen Fleckes war in der Nähe des Gränzwinkels der totalen Reflexion 6^{mm} . Daraus folgt (vergl. §. 5), dass das Licht unter den angegebenen Bedingungen bis zu einem Abstaude von etwa $0^{\text{mm}},0006$ von der Fläche des oberen Flintglasprismas in die Luftschicht zwischen den Hypotenusenflächen eindringt. Da der elliptische helle Fleck mit zunehmendem Einfallswinkel kleiner wird, so nimmt die Tiefe, bis zu der das Licht in das dünnerne Medium eindringt mit wachsendem Einfalls-winkel ab.

monde de la lune und nicht sehr zu auf, obgleich sich auf
einen Tag zurück rechnet und es sich um ein absolut gleichmä

3.

Betrachtet man die beiden Flintglasprismen durch ein Nicol'sches Prisma, so erscheint in der Nähe des Gränzwinkels der totalen Reflexion, wenn man durch Drehen des Prismenpaars die Newton'schen Farbenringe eben zum Verschwinden gebracht hat, der weisse centrale Fleck im durchgegangenen Lichte grösser für Licht senkrecht, wie für Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert. Bei sehr grossem Einfallswinkel dagegen erscheint der Fleck für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht kleiner als für parallel der Einfallsebene polarisiertes Licht.

Beim Beginne der totalen Reflexion dringt also das senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Licht, später bei grösserem Einfallswinkel das parallel der Einfallsebene polarisierte Licht tiefer in die Luftsicht ein.

Abgesehen von der Tiefe bis zu der das Licht in das dünnerne Medium eindringt, oder also dem Durchmesser des elliptischen centralen Fleckes, nahm man dieselben Erscheinungen wahr, wenn Wasser oder Terpentinöl zwischen die Hypotenusenflächen der Prismen gebracht wurde, oder wenn man statt der Prismen von Flintglas ebensolche von Crownglas anwandte mit dem Brechungsexponenten 1,5149 für die Fraunhofer'sche Linie *D*.

Der Durchmesser des elliptischen hellen Fleckes nimmt zu mit der Intensität des Lichtes, das auf die Hypotenusenfläche auffällt. Derselbe erscheint für rothes Licht sehr viel grösser, wie für blaues und daraus erklärt sich einfach der rothe Saum desselben, den man, besonders bei Anwendung von Sonnenlicht und in der Nähe des Gränzwinkels der totalen Reflexion wahrnimmt. Im reflectirten Lichte erscheint der dunkle centrale Fleck blau gesäumt, complementär zu dem im durchgegangenen Lichte.

Mit der Wellenlänge des einfallenden Lichtes nimmt also die Tiefe, bis zu der das Licht in das dünnerne Medium eindringt, zu.

4.

Um die Tiefe, bis zu der das Licht bei verschiedenen Einfallswinkeln in das dünnerne Medium eindringt, genauer

zu bestimmen, wurde ein Prismenpaar an der horizontalen Axe eines Goniometers mit Wachs so befestigt, dass die Kanten der Prismen genau parallel der Goniometeraxe standen.

Das Goniometer bestand aus einem verticalen Kreise von 140^{mm} Durchmesser. An einem eingelegten in $\frac{1}{3}$ Grade getheilten Silberstreifen konnte mit zwei festen Nonien eine Drehung des Kreises bis auf $\frac{1}{4}$ Minute genau bestimmt werden. Außerdem waren zwei mit ähnlichen Nonien versehene Arme an diesem Kreise drehbar, in welche nach Bedürfnis kleine Fernröhre oder Messingröhren senkrecht zur Goniometeraxe befestigt werden konnten. Diese Fernröhre oder Messingröhren konnten unabhängig von der Kreistheilung messbar gedreht und festgestellt werden. Ferner erlaubten passende Schraubenvorrichtungen die am Goniometer befestigten Prismen in zwei auf einander senkrechten und der Goniometeraxe parallelen Ebenen zu drehen oder die Prismen parallel mit sich selbst in drei auf einander senkrechten Richtungen senkrecht und parallel zur Goniometeraxe zu verschieben.

Bei dieser letzteren Verschiebung blieben die Prismenflächen nicht genau parallel ihrer ursprünglichen Lage, so dass dabei Fehler von 1 bis 2 Minuten möglich waren. Wurde diese Verschiebung benutzt, so sind also auch die abgelesenen Winkel nur bis auf 1' oder 2' genau bestimmt.

Für die folgenden Versuche wurde an dem einen mit Nonius versehenen Arm eine innen geschwärzte Messingröhre von 16^{mm} Durchmesser und 100^{mm} Länge befestigt, die in 10^{mm} Abstand von ihren Enden zwei Diaphragmen mit kreisförmigen Oeffnungen von 7^{mm} Durchmesser trug. Auf jedem Diaphragma waren zwei dünne Drähte ausgespannt, so dass die Kreuzungspunkte derselben auf der Röhrenaxe lagen. Ein Silbermann'scher Heliostat¹⁾ warf Sonnenlicht in horizontaler Richtung in das Zimmer und die Schatten der beiden 80^{mm} von einander entfernten Drahtkreuze auf eine matte Glastafel. Durch drei Stell-

1) Ann. d. chim. et de phys. (3) t. X 1844, p. 298 sqq.

schrauben, auf denen das ganze Goniometer ruhte, und Drehen der Messingröhre konnte man es dahin bringen, daß sich die Kreuzungspunkte der unter 45° gegeneinander geneigten Schattenlinien deckten. Danach stand die Röhrenaxe genau parallel den einfallenden Lichtstrahlen. Entfernte man die matte Glastafel und drehte das am Goniometer befestigte Prisma so lange, bis die von der Kathetenfläche AB reflectirten Strahlen auf die Drahtkreuze zurückgeworfen wurden, so fielen die Sonnenstrahlen unter dem Einfallswinkel 0° auf die Kathetenfläche und durch Drehen des getheilten Kreises konnte man den Einfallswinkel i der Sonnenstrahlen gegen die Kathetenfläche messbar ändern. Nennt man i_1 den dazu gehörigen Brechungswinkel, μ den Brechungsexponenten für den Uebergang aus Luft in Glas, und B den Winkel den die Kathetenfläche AB mit der Hypotenusenfläche BC des Prismas ABC einschieft, so folgt der Winkel J , unter dem die Strahlen im Glas auf die Hypotenusenfläche BC des Prismas auffallen aus der Gleichung

$$J = B + \text{arc} \left(\sin \frac{\sin i}{\mu} \right).$$

In den folgenden Versuchen war, wenn es nicht ausdrücklich anders erwähnt ist, $B = 45^\circ$.

Der absolute Werth des Winkels i lässt sich durch eine einzelne Bestimmung auf diese Weise bis auf $10'$, in sehr günstigen Fällen bis auf $5'$ genau bestimmen, und eine wenig geringere Unsicherheit trifft den Winkel J . Der Fehler, den man bei der Bestimmung der relativen Werthe des Winkels J beginnt, wenn dieser Winkel allmählig vergrößert oder verkleinert wurde, war jedoch weit kleiner und betrug für mehrere, kurze Zeit hintereinander angestellte Versuche nur 1 bis $2'$.

Die Sonnenstrahlen treten nach dem Durchgange durch das Prismenpaar aus der Kathetenfläche A_1B_1 wieder horizontal aus, und wurden 20mm hinter dieser Kathetenfläche auf einer verticalen matten Glasplatte aufgefangen. Diese Glasplatte war mit einer horizontalen Millimeter-Theilung

versehen, deren Theilstriche senkrecht zur Goniometeraxe standen. Der auf die matte Glasplatte projicirte elliptische Fleck wurde durch ein Nicol'sches Prisma und ein rothes Glas betrachtet, welches homogenes Licht von der Brechbarkeit der Fraunhofer'schen Linie *D* hindurchliess¹⁾ und so die Länge der grossen Axe der Ellipse bestimmt. Um vergleichbare Resultate zu erhalten, wurden Tage mit sehr klarem Sonnenschein benutzt und die Versuche an demselben Prismenpaare möglichst schnell hintereinander angestellt.

5.

In den folgenden Tabellen sind die Winkel *J*, bei denen noch keine totale Reflexion stattfand, durch einen Stern (*) bezeichnet.

Ueber jeder Tabelle ist unter μ das Verhältnis der Brechungsexponenten des Glases und der Substanz zwischen den Hypotenusenflächen gegeben, für Licht der Fraunhofer'schen Linie *D*. Der eingeklammerte Winkel bedeutet den zugehörigen Gränzwinkel der totalen Reflexion

$$= \text{arc} \left(\sin = \frac{1}{\mu} \right).$$

Nennt man 2ϱ die grosse Axe des hellen elliptischen Fleckes, und R den Radius der Kugelfläche, die die Hypotenusenfläche B_1C_1 des zweiten Prismas bildet, so ergibt sich der Abstand s der Hypotenusenflächen an der Peripherie des elliptischen Fleckes, oder die grösste Tiefe, bis zu der das Licht für den betreffenden Einfallswinkel in das dünnerne Medium eindringt (in der Richtung der Normale der Hypotenusenfläche gerechnet) aus der Gleichung

$$s = \frac{\varrho^2}{2R} \quad \dots \quad (2).$$

Die zweite und dritte Spalte geben den beobachteten

1) Das gefärbte Glas ließ, wie die meisten rothen Gläser, Strahlen des Spectrums zwischen den Fraunhofer'schen Linien *C* und *D* hindurch, die in der Nähe der letzteren Linie besonders stark. Der Ausdruck "rothes" Glas ist jedoch beibehalten worden um nicht die Vorstellung zu erwecken, es sey eine besonders gefärbte Glassorte benutzt worden.

Durchmesser des elliptischen Fleckes in Millimetern, die vierte und fünfte die daraus abgeleiteten Werthe von ϵ in Tausendtel Millimetern ($1^{\text{mm}} = 0^{\text{mm}},001$), die beiden letzten Spalten endlich der Uebersicht wegen auch die Werthe von $\epsilon = \epsilon_\lambda$ ausgedrückt in Vielfachen der Wellenlänge des Lichtes in der Substanz zwischen den beiden Hypotenusenflächen. Jede Spalte trägt oben das Zeichen \neq oder \perp , je nachdem das Licht parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisiert war. Die angegebenen Werthe von 2ρ sind das Mittel aus mindestens 4 Beobachtungen:

I. Flintglas - Luft.

$$\mu = 1,6160 \quad (38^\circ 14').$$

J	2ρ		ϵ		ϵ_λ	
	\neq	\perp	\neq	\perp	\neq	\perp
38° 13'	mm	mm	mmm	mm	λ	λ
*	7,62	8,57	0,954	1,207	1,620	2,049
38 24	9,45	11	1,468	1,989	2,492	3,378
38 50	8,12	9,67	1,083	1,536	1,840	2,610
39 27	7,22	8,42	0,857	1,165	1,455	1,979
40 3	6,5	7,4	0,694	0,900	1,180	1,529
40 40	6,2	7	0,632	0,805	1,074	1,368
41 18	5,97	6,47	0,586	0,688	0,994	1,169
41 55	6,1	6,27	0,611	0,646	1,039	1,097
43 8	5,47	5,65	0,492	0,525	0,835	0,891
45	5,04	5,11	0,417	0,429	0,709	0,729
46 52	4,85	4,92	0,386	0,398	0,656	0,676
47 28	4,69	4,76	0,361	0,372	0,614	0,632
48 5	4,72	4,67	0,366	0,358	0,622	0,608
48 42	4,62	4,6	0,351	0,348	0,595	0,591
51 10	4,07	3,91	0,272	0,251	0,462	0,427
57 13	3,25	3,07	0,174	0,155	0,295	0,263
63 1	2,9	2,57	0,138	0,108	0,235	0,184
68 26	2,44	2,15	0,098	0,076	0,166	0,129

II. Flintglas - Wasser.

$$\mu = 1,2096 \quad (55^\circ 46').$$

	mm	mm	mmm	mm	λ	λ
55° 43'	7	6,9	0,805	0,782	1,827	1,774
*	11,77	12,27	2,277	2,474	5,165	5,611
56 2	9,65	10,2	1,530	1,710	3,471	3,879
56 37	9	9,42	1,330	1,458	3,019	3,309
57 13	6,75	6,85	0,749	0,771	1,698	1,750
60 10	6,04	6,12	0,599	0,616	1,360	1,396
63 1	5,28	5,14	0,458	0,434	1,040	0,985
68 26	5,02	5,04	0,414	0,417	0,940	0,947
69 28						

66°
66
66
66
68
69

41°
41
41
42
43
43
44
45
46
49
51
58
64

61°
61
62
63
64
67

77°
77
77
78
79
79
81
81

III. Flotglas - Terpenthin.

 $\mu = 1,0911 (66^\circ 25')$.

J	2ρ		ε		ελ	
	+	-	+	-	+	-
66° 20' *	7,58	7,60	0,944	0,949	2,375	2,386
66 36	9,92	10,52	1,614	1,819	1,058	4,574
66 49	9,50	9,65	1,483	1,530	3,725	3,849
68 26	7,84	7,86	1,010	1,015	2,540	2,554
69 28	7,02	6,98	0,810	0,801	2,036	2,014

IV. Crownglas - Luft.

 $\mu = 1,5149 (41^\circ 19')$.

	mm	mm	mm	mm	λ	λ
41° 3' *	4,75	5,27	0,371	0,456	0,630	0,775
41 22	6,48	7,16	0,690	0,842	1,171	1,431
41 42	11	11,77	1,988	2,277	3,377	3,867
42 22	9,62	10,02	1,521	1,649	2,583	2,801
43 1	7,82	8,35	1,005	1,146	1,706	1,945
43 41	7,05	7,45	0,817	0,912	1,387	1,549
44 20	6,95	7,15	0,794	0,840	1,348	1,427
45	6,24	6,40	0,640	0,673	1,086	1,143
46 59	5,42	5,45	0,483	0,488	0,820	0,829
49 37	3,65	3,48	0,219	0,199	0,372	0,338
51 35	2,92	2,82	0,140	0,131	0,238	0,222
58 3	2,75	2,22	0,124	0,081	0,211	0,138
64 26	1,77	1,27	0,051	0,026	0,087	0,045

V. Crownglas - Wasser.

 $\mu = 1,1339 (61^\circ 52')$.

	mm	mm	mm	mm	λ	λ
61° 31' *	8,7	9,02	1,244	1,331	2,821	3,021
61 49	11,6	11,84	2,212	2,304	5,018	5,226
62 26	10,6	10,87	1,846	1,941	4,189	4,405
63 3	9,7	10,07	1,546	1,665	3,509	3,779
64 26	8,8	8,97	1,273	1,322	2,887	3,000
67 15	7,35	7,57	0,888	0,942	2,014	2,136
70 6	6,57	6,57	0,709	0,709	1,610	1,610
71 13	6,12	6,15	0,616	0,622	1,396	1,410

VI. Crownglas - Terpenthin.

 $\mu = 1,023 (77^\circ 51')$.

	mm	mm	mm	mm	λ	λ
77° 17' *	10,4	11,17	1,777	2,048	4,470	5,153
77 31 *	12,25	12,37	2,468	2,515	6,207	6,325
77 44 *	12	12,3	2,367	2,486	5,963	6,253
78 11	11,15	11,7	2,042	2,250	5,137	5,658
78 37	10,67	10,94	1,871	1,968	4,707	4,949
79 3	10,18	10,3	1,699	1,743	4,275	4,384
79 27	10,05	10,15	1,639	1,692	4,174	4,257
79 52	9,82	9,92	1,584	1,617	3,986	4,087
81 45	9,37	8,92	1,442	1,308	3,628	3,290
83 52	8,35	8,17	1,146	1,096	2,882	2,758

Die Prismen wurden während der Beobachtungen nicht von einander getrennt, sondern das Wasser zwischen die Hypotenusenflächen gebracht, während die Prismen am Goniometer befestigt waren. Dann wurden dieselben einige Stunden in einen Exsiccator gestellt, so dass das Wasser bis auf eine kleine Schicht von 2^{mm} Durchmesser verdampft war, am Goniometer befestigt und das Terpenthinöl zwischen die Flächen gebracht. Die große Axe des elliptischen Fleckes war bei Terpenthinöl so groß, dass die zurückgebliebene geringe Wassermenge ohne Einfluss war.

Dass bei Crownglas und Terpenthinöl der größte Durchmesser des elliptischen Fleckes für einen Einfallswinkel kleiner als der Gränzwinkel der totalen Reflexion gefunden wurde, kann möglicher Weise an der ungenauen Bestimmung dieses Durchmessers, der schwer zu beobachten war, vielleicht aber auch daran liegen, dass das Terpenthinöl sich geändert hatte, und einen anderen Brechungsexponenten besaß, als zu der Zeit, wo dieser mit einem Hohlprisma bestimmt worden war. Abgesehen von der Größe des elliptischen Fleckes bestätigen die in den Tabellen enthaltenen Beobachtungen die oben angeführten Gesetze.

6.

Das beschriebene Verfahren gibt wahrscheinlich zu kleine Werthe für die Tiefe, bis zu welcher das Licht bei der totalen Reflexion in das dünnerne Medium eindringt. Es ließe sich nämlich recht gut denken, dass die lebendige Kraft der Strahlen, die eine Luftsicht von bestimmter Dicke durchlaufen haben, wohl genügte dieselben noch eine weitere Strecke in *Luft* vorwärts zu treiben, dass diese lebendige Kraft aber nicht mehr ausreichte, um die Strahlen die Gränze von Luft und Glas überschreiten zu lassen und durch die zweite Hypotenusenfläche hindurch in das zweite Glasprisma einzudringen.

Wäre diese Vorstellung richtig, so müfste sich eine grösse Tiefe oder ein grösßer Durchmesser des erwähnten hellen elliptischen Fleckes ergeben, wenn anstatt zweier gleichartiger Prismen das zweite rechtwinklige Prisma einen

geringeren Brechungsexponenten als das erste besäße. Umgekehrt müßte der Durchmesser kleiner seyn unter sonst gleichen Verhältnissen, wenn der Brechungsexponent des zweiten Prismas größer als der des ersten wäre.

Genaue Messungen haben bei diesen Versuchen hauptsächlich 2 Schwierigkeiten zu überwinden: einmal, daß der elliptische Fleck nicht scharf begränzt ist, und dann, daß die aufeinandergelegten Gläser elastisch sind, so daß die Berührungsstelle beider Hypotenusenflächen größer oder kleiner ist, je nachdem der Druck größer oder kleiner war, mit dem beide Prismen an einander gepreßt wurden. Je nach der größeren oder kleineren Berührungsfläche wird also der Durchmesser des hellen elliptischen Fleckes größer oder kleiner gefunden werden.

Ich verfuhr nun folgendermaßen. Auf das Flintglas-prisma mit ebener Hypotenusenfläche wurde das Crown-glasprisma mit convexer Hypotenusenfläche gelegt und beide auf die in §. 2 erwähnte Weise mit Kitt und Fäden an einander befestigt, so daß bei gewöhnlicher Reflexion Newton'sche Farbenringe mit schwarzem Mittelpunkt in dem Raume zwischen den Hypotenusenflächen erschienen. Das Prismenpaar wurde an der Axe des Goniometers befestigt, und wie früher der Durchmesser 2ρ des elliptischen hellen Fleckes bestimmt, mochte das Licht aus Flintglas oder aus Crown-glas in den Raum zwischen den Hypotenusenflächen eintreten.

Die Resultate der Beobachtungen sind in den folgenden Tabellen enthalten. Die Bezeichnungen sind dieselben wie früher. Ueber jeder Tabelle sind die Substanz des ersten Prismas, auf welches das Licht vom Heliostaten zunächst auffiel, des Raumes zwischen den Hypotenusenflächen und des zweiten Prismas angegeben. Der Brechungsexponent μ und der daneben in Klammern angegebene Gränzwinkel der totalen Reflexion beziehen sich auf das erste Prisma und das Medium zwischen den Hypotenusenflächen. Die erste Spalte giebt den Einfallswinkel J , unter welchem die Strahlen innerhalb des ersten Prismas

auf die Hypotenusefläche desselben auffielen. Der unter J_1 in der Tabelle VIII und X angeführte Winkel ist derjenige, welchen die in das zweite (Flintglas) Prisma eingetretenen Strahlen mit der Normale der Hypotenusefläche dieses zweiten Prismas bildeten, oder der zu J gehörige Brechungswinkel für den Uebergang des Lichts aus Crown-glas in Flintglas. Er folgte aus der Gleichung:

$$\sin J_1 = \frac{1,5149}{1,6160} \sin J.$$

VII. Flintglas - Luft - Crownglas.

$$\mu = 1,6160 (38^\circ 14').$$

J	2ϱ		ε		ε_λ	
	\pm	\mp	\pm	\mp	\pm	\mp
	mm	mm	mmm	mmm	λ	λ
38° 24'	10,95	12,39	1,971	2,523	3,347	4,285
38 50	10,02	11,36	1,710	2,120	2,903	3,601
39 27	9,44	9,82	1,464	1,581	2,487	2,691
40 40	7,24	7,56	0,861	0,939	1,462	1,595
41 55	6,92	7,97	0,787	0,821	1,337	1,395
43 8	6,62	6,74	0,720	0,747	1,223	1,268
45	5,88	5,92	0,568	0,576	0,965	0,978
46 52	5,66	5,44	0,526	0,486	0,894	0,826
48 5	5,34	5,26	0,469	0,455	0,796	0,772
51 10	4,72	4,42	0,367	0,321	0,622	0,545
57 13	4,2	3,76	0,290	0,232	0,492	0,395
63 1	3,22	2,94	0,170	0,142	0,289	0,241

VIII. Crownglas - Luft - Flintglas.

$$\mu = 1,5149 (41^\circ 19').$$

J	2ϱ		ε		ε_λ		J_1
	\pm	\mp	\pm	\mp	\pm	\mp	
	mm	mm	mmm	mmm	λ	λ	
41° 42'	9,68	10,42	1,540	1,783	2,615	3,029	38° 35'
42 22	9,02	9,72	1,337	1,552	2,271	2,637	39 11
43 1	8,06	8,48	1,068	1,181	1,812	2,066	39 45
45	6,76	6,92	0,751	0,786	1,275	1,336	41 31
46 59	6,2	6,02	0,623	0,595	1,073	1,011	43 16
48 18	6,05	5,97	0,602	0,586	1,022	0,994	44 25
49 37	5,55	5,37	0,506	0,474	0,860	0,805	45 34
51 35	5,09	4,90	0,426	0,395	0,723	0,670	47 16
58 3	4,14	3,84	0,282	0,242	0,478	0,411	52 42
64 26	3,74	3,40	0,230	0,190	0,390	0,323	57 44

vi. Anzahl der Versuche.
Abg. von $\mu = 1,2096$ ($55^\circ 46'$).

J	2ρ		ε		ελ		J ₁
	+	-	+	-	+	-	
56° 2'	mm	mm	mmm	mmm	λ	λ	
56° 2'	9,27	9,92	1,412	1,617	3,204	3,668	
57 13	8	8,1	1,052	1,078	2,386	2,446	
63 1	5,47	5,47	0,492	0,492	1,115	1,115	
68 26	4,4	4,25	0,318	0,297	0,722	0,673	

X. Crownglas - Wasser - Flintglas.

$$\mu = 1,1339 (61^\circ 52').$$

J	2ρ		ε		ελ		J ₁
	+	-	+	-	+	-	
	mm	mm	mmm	mmm	λ	λ	
61° 49'	8,87	9,32	1,293	1,428	2,933	3,238	55° 43'
64° 26'	6,98	7,08	0,796	0,823	1,806	1,868	57 44
70 6	5,03	4,95	0,416	0,403	0,943	0,913	61 49

Um diese Versuche mit einander vergleichen zu können, wurden die Einfallswinkel in dem Flintglasprisma als Abscissen einer Curve aufgetragen, deren zugehörige Ordinate die Tiefe ε_λ war, bis zu welcher das Licht für den betreffenden Einfallswinkel in das dünneren Medium eingedrungen war, ausgedrückt in Wellenlängen des Lichtes im dünnenen Medium. Auf Taf. I Fig. 2 sind die erhaltenen Curven gezeichnet. Die ausgezogenen Curven beziehen sich auf Licht senkrecht, die punktierten auf Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert. Die stark gezeichneten Curven gelten für den Fall, wo das Licht aus Flintglas, die schwach gezeichneten für den Fall, wo das Licht aus Crownglas in das dünneren Medium eindrang. Für den letzteren Fall sind, um die Curven vergleichen zu können, die den Winkeln J entsprechenden Winkel J_1 als Abscissen in die Zeichnung eingetragen.

Man sieht, dass die schwach gezeichneten Curven kleinere Ordinaten als die entsprechenden stark gezeichneten Curven haben, dass also eine größere Tiefe beobachtet wird,

wenn das Licht aus Flintglas durch das dünnerne Medium in Crownglas eintritt, als wenn es den umgekehrten Weg geht.

Der Unterschied würde wahrscheinlich noch grösser seyn, als die Curven der Fig. 2 Taf. I ergeben, wenn Flintglas und Crownglas von noch grösserer Verschiedenheit in den Brechungsexponenten angewandt worden wären.

Die Versuche bestätigen die im Anfange dieses Paragraphen ausgesprochene Vermuthung, und das Licht dringt also bei der totalen Reflexion noch tiefer in das dünnerne Medium ein, als die oben angeführten Zahlenwerthe angeben.

7.

Es fragt sich ferner, in welcher Weise die Tiefe bis zu der das Licht bei der totalen Reflexion in das dünnerne Medium eindringt, von der Wellenlänge des angewandten Lichtes abhängt.

Zu dem Ende wurde für die beiden Flintglasprismen mit ebener und convexer Hypotenusefläche in der oben beschriebenen Weise bei verschiedenen Einfallswinkeln der Durchmesser des hellen elliptischen Fleckes bestimmt, während zwischen dem Nicol'schen Prisma und dem Auge ein rothes oder blaues Glas angebracht war. Die Beobachtungen mit rothem und blauem Glase wurden abwechselnd angestellt, um den Einfluss von Änderungen der Intensität des auffallenden Lichtes zu beseitigen.

Das rothe Glas ließ Strahlen von der Brechbarkeit der Fraunhofer'schen *D*, das blaue besonders Strahlen des Spectrums zwischen den Fraunhofer'schen Linien *F* und *G* hindurch. Um das Verhältnis der Wellenlängen des Lichtes, das von beiden gefärbten Gläsern durchgelassen wurde, zu bestimmen, ließ ich Licht von einem Heliostaten in horizontaler Richtung auf eine verticale Cylinderlinse fallen. 600^{mm} hinter der Cylinderlinse stand ein verticaler Spalt von etwa 0^{mm},2 Breite und 250^{mm} hinter dem Spalt ein horizontales Mikroskop, in dessen Ocular sich eine auf Glas getheilte Mikrometerscala befand. Die erleuchtete Mitte des Diffractiionsbildes fiel auf die Mitte der Mikrometer-

scala. Der Abstand des dritten Minimums auf der rechten von demselben Minimum auf der linken Seite des Diffraktionsbildes wurde gemessen, während das Auge durch das erwähnte rothe oder blaue Glas hindurchsah. Mehrere Messungen ergaben im Mittel für rothes Licht $50^{\circ},22$, für blaues $37^{\circ},90$, so dass daraus das Verhältnis der Wellenlängen

$$\frac{50,22}{37,90} = 1,325$$

folgt¹⁾. Die Wellenlängen für rothes und blaues Licht in Luft ergeben sich demnach

$$\lambda_r = 0^m,0005888 \quad \lambda_s = 0^m,0004443.$$

Demselben Einfallswinkel i unter welchem die Strahlen die vordere Kathetenfläche AB des ersten Prismas trafen, entsprechen nun verschiedene Werthe des Einfallswinkels gegen die Hypotenusefläche, da der Brechungsexponent für die Fraunhofer'sche Linie D oder F bei dem angewandten Flintglas 1,616 oder 1,628 war.

Die folgenden Tabellen enthalten die Resultate der Beobachtungen. Die Bezeichnungen sind dieselben wie früher, nur ist der Index R oder B beigefügt, je nachdem sie sich auf rothes oder blaues Licht beziehen. J_s ist der Einfallswinkel für rothes Licht, welcher dem Einfallswinkel J_s für blaues Licht entspricht, berechnet nach der Gleichung: $J_s' = \text{arc} \left(\sin \frac{1,668}{1,616} \sin J_s \right)$.

XI. Flintglas-Luft.

μ_R	Rot				Blau				
	$2\varrho_R$	δ_R	J_R	$2\varrho_s$	δ_s	J_s	$2\varrho_s$	δ_s	
	\pm	\pm	\pm	\pm	\pm	\pm	\pm	\pm	
40° 40'	mm	mm	mmm	mmm	mm	mm	mmm	mmm	
40° 40'	7,8	8,33	1,000	1,132	40° 42'	6,05	6,52	0,602	0,698
45	5,91	5,92	0,575	0,578	45	5,17	5,20	0,440	0,445
51° 10'	5,11	4,76	0,429	0,372	51° 8	4,47	4,26	0,328	0,298
68° 26'	2,99	2,37	0,147	0,092	68° 15	2,67	2,33	0,117	0,089

1) Cf. Fresnel, Mémoire sur la diffraction de la lumière. Mém. de l'acad. roy. t. V, 1826, p. 364 et 414.

J_R	Roth		Blau		Grau		$\frac{\epsilon_{\lambda_R}}{\epsilon_{\lambda_B}}$	$\frac{\epsilon_{\lambda_B}}{\epsilon_{\lambda}}$
	λ	ϵ_{λ_R}	J_B	λ	ϵ_{λ_B}	J_B		
#	\perp	#	\perp	#	\perp	#	\perp	
40° 40'	1,697	1,923	40° 42'	1,354	1,571	41° 4'	1,254	1,223
45	0,976	0,982	45	0,990	1,002	45 25	0,983	0,998
51 10	0,729	0,632	51 8	0,738	0,671	51 40	0,986	0,942
68 26	0,250	0,157	68 15	0,264	0,201	69 20	0,946	0,780

Die Werthe J_R und J_B sind nur wenig von einander verschieden, und die Correctionen, die man an den Werthen ϵ_λ für blaues Licht eigentlich anbringen müßte um sie mit den Werthen ϵ_λ für rothes Licht derselben Horizontalreihe vergleichbar zu machen, würden unbedeutend seyn. Die letzten beiden Spalten der vorstehenden Tabelle geben daher das Verhältniß der Werthe ϵ_λ derselben Horizontalreihe für rothes und blaues Licht, also für nahezu sich entsprechende Einfallswinkel. Dieses Verhältniß müßte 1 seyn, wenn die Tiefe, bis zu der das Licht in das dünnere Medium eindringt, genau proportional der Wellenlänge wäre. Im Mittel weicht dieses Verhältniß wenig von 1 ab, und die Unterschiede haben theilweise darin ihren Grund, daß je nach der Lichtintensität der Durchmesser des Fleckes verschieden gefunden wird, besonders bei den kleineren Einfallswinkeln. Dem Auge erschienen übrigens Gegenstände, durch das blane Glas betrachtet, viel weniger hell, als durch das rothe Glas.

Beobachtungen an denselben Flintglasprismen, wenn zwischen die Hypotenuseflächen derselben Wasser gebracht wurde, ergaben ähnliche Resultate, wie die folgenden Tabellen zeigen.

Wellenl.	Wasser	Luft	Wellenl.	Wasser	Luft
400,0	190,0	190,0	400,0	190,0	190,0
410,0	185,0	185,0	410,0	185,0	185,0
420,0	182,0	182,0	420,0	182,0	182,0
430,0	178,0	178,0	430,0	178,0	178,0

Die Beobachtungen auf denselben Prismen, wenn zwischen die Hypotenuseflächen derselben Wasser gebracht wurde, ergaben ähnliche Resultate, wie die folgenden Tabellen zeigen.

stetig erhöht. XII. Flintglas-Wasser, und erhaben sich beim
 Einfallen des Roth **Roth** auf die Linsen auf, und sind
 $\mu_A = 1,210$ ($55^\circ 46'$) $\mu_B = 1,215$ ($45^\circ 24'$) **Blau**

J_A	$2\varrho_A$		ε_A		J_B	$2\varrho_B$		ε_B	
	\pm	\perp	\pm	\perp		\pm	\perp	\pm	\perp
	mm	mm	mmm	mmm		mm	mm	mmm	mmm
57° 13'	8,38	8,75	1,153	1,258	57° 8'	6,52	6,82	0,698	0,764
60 10	7,00	7,00	0,805	0,805	60 3	6,08	6,08	0,622	0,622
63 1	6,62	6,29	0,720	0,650	62 53	5,37	5,07	0,474	0,422
68 26	5,66	5,49	0,526	0,495	68 15	4,76	4,55	0,372	0,340

J_B	ε_{λ_B}		J_A	ε_{λ_A}		$\frac{\varepsilon_{\lambda_B}}{\varepsilon_{\lambda_A}}$		
	\pm	\perp		\pm	\perp			
	λ	λ		λ	λ			
57° 13'	2,617	2,854	57° 8'	2,106	2,305	57° 48'	1,243	1,238
60 10	1,827	1,827	60 3	1,875	1,875	60 48	0,975	0,975
63 1	1,634	1,475	62 53	1,429	1,274	63 43	1,144	1,158
68 26	1,194	1,124	68 15	1,123	1,026	69 20	1,064	1,093

8.

Misst man für einen bestimmten Einfallswinkel den Durchmesser des elliptischen Fleckes und schaltet ein rothes Glas kurz vor oder kurz hinter dem Prismenpaar in den Gang der Lichtstrahlen ein, so findet man denselben Werth, wenigstens so genau als sich diese Messungen überhaupt anstellen lassen.

Dasselbe war der Fall, wenn man statt des rothen Glases ein blaues Glas oder ein Nicol'sches Prisma oder eine dünne Silberschicht anwandte, die nach dem Verfahren von Martin¹⁾ auf einer Spiegelglasplatte erhalten und mit blau-violetter Farbe durchsichtig war.

Die Intensität des durchgehenden Lichtes nimmt nach dem Rande des elliptischen Fleckes hin sehr schnell ab. Das Auge wird also Strahlen bei schwacher Intensität des einfallenden Lichtes nicht mehr wahrnehmen, die bei gröserer Intensität vollkommen deutlich gesehen werden. Dies

1) *Compt. rend. t. 56, 1863, p. 1044.*

wird besonders bei Beobachtungen für kleinere Einfallswinkel hervortreten, für welche die am Rande des elliptischen Fleckes hindurchgelassenen Strahlen sehr geringe Intensität haben.

Vielleicht liegt darin der Grund, dass der Durchmesser des elliptischen Fleckes bei Anwendung von Sonnenlicht sich viel größer ergiebt als bei Anwendung von Tageslicht oder Lampenlicht. Mit Berücksichtigung der am Anfang dieses Paragraphen erwähnten Versuche wage ich wenigstens nicht aus dieser Erscheinung zu schließen, dass mit der Intensität oder der lebendigen Kraft der einfallenden Strahlen auch die Tiefe zunimmt, bis zu welcher das Light in das dünnerne Medium eindringt.

9.

Die Strahlen gingen, auch wenn sie unter Winkeln größer als der Gränzwinkel der totalen Reflexion auf die Hypotenusefläche des ersten Prismas auffielen, durch die beiden auseinanderliegenden Prismen in der Nähe der Berührungsstelle so hindurch, als ob sie an den Gränzflächen des dünneren Mediums gewöhnliche Brechung erlitten hätten. Um zu sehen, ob dies in aller Strenge der Fall wäre, wurden in die beweglichen Arme des im §. 3 beschriebenen Goniometers 2 Fernröhre geschraubt, die auf die Unendlichkeit eingestellt waren. Die Axen beider Fernröhre wurden senkrecht gegen die Goniometeraxe gerichtet, so dass, wenn beide in einer geraden Linie lagen, das Fadenkreuz des einen Fernrohrs deutlich im Fadenkreuz des anderen gesehen wurde. Es ließ sich auf diese Weise die Neigung der Fernrohraxe bis auf 1° genau durch eine einzelne Beobachtung bestimmen.

Ein Paar Flintglasprismen, die in der früher beschriebenen Weise mit ihrer ebenen und convexen Hypotenusefläche aufeinandergelegt waren, wurden an der Goniometeraxe befestigt und die Kathetenfläche AB des einen Prismas senkrecht gegen die Axe des einen Fernrohrs F_1 gestellt. Das Fadenkreuz des ersten Fernrohrs F_1 erschien dann deutlich im Fadenkreuz des zweiten Fernrohrs F_2 .

vermöge der Strahlen, die durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen beider Flintglasprismen hindurchgegangen waren. Gewöhnlich waren die Kathetenflächen $A\dot{B}$ und $A_1\dot{B}_1$ der beiden Flintglasprismen nicht parallel, sondern einige Minuten gegen einander geneigt, so dass durch das Dazwischenbringen des Prismenpaars das Fadenkreuz von F_1 ein wenig gegen das Fadenkreuz von F_2 verschoben erschien. Diese Verschiebung oder Ablenkung der durch die Prismen hindurchgegangenen Lichtstrahlen wurde für verschiedene Einfallswinkel J , unter denen die Strahlen die Hypotenusenfläche trafen, gemessen, während das Fadenkreuz des Fernrohrs F_1 durch eine vor das Ocular gestellte Natriumflamme erleuchtet war. Der Winkel J war größer, als der Gränzwinkel der totalen Reflexion. Brachte man nun zwischen die Hypotenusenflächen beider Flintglasprismen Wasser oder Terpenthinöl, so dass die totale Reflexion an der Hypotenusenfläche des ersten Flintglasprismas in gewöhnliche überging und die Strahlen mit gewöhnlicher Brechung durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen hindurchgingen, so war die Ablenkung genau dieselbe, wie bei demselben Winkel J , und Luft zwischen den Hypotenusenflächen.

Dasselbe Resultat wurde mit den Crownglasprismen erhalten. Bei den erwähnten Versuchen betrug die Ablenkung der einfallenden Strahlen nur wenige Minuten. Man konnte aber die Strahlen auch durch ein Flintglas- und ein Crownglasprisma hindurchgehen lassen, von denen das eine eine ebene, das andere eine convexe Hypotenusenfläche hatte. Dann wurden die Lichtstrahlen die in die Kathetenfläche $A\dot{B}$ eingetreten und aus $A_1\dot{B}_1$ ausgetreten waren, um mehrere Grade abgelenkt, deren Anzahl, je nach dem Einfallswinkel J zwischen 5° und 12° schwankte. Die Ablenkung war aber wieder genau dieselbe für denselben Winkel J mochte Luft oder Wasser oder Terpenthinöl zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen sich befinden, mochte totale oder gewöhnliche Reflexion an der Hypotenuse-

fläche des ersten Prismas stattfinden. Dabei war es gleichgültig ob das Flintglas- oder Crownglasprisma den einfalenden Lichtstrahlen zugekehrt war.

10.

Brachte man ein solches §. 2 beschriebenes Prismenpaar vor den Spalt eines Spectralapparates, so erschienen die Fraunhofer'schen Linien genau in derselben Weise und an derselben Stelle des Gesichtsfeldes (Fadenkreuzes), mochten die Strahlen durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen mit gewöhnlicher Brechung hindurchgegangen seyn, oder nicht.

Es wurde für diese Versuche ein Spectralapparat benutzt, der in ähnlicher Weise, wie der von Kirchhoff¹⁾ angewandte aus Spalt, Objectivlinse von 27^{mm} Oeffnung, drei Flintglasprismen von 60°, einem ebensolchen von 45° und einem astronomischen Fernrohr mit gleicher Objectivlinse und 15 facher Vergrößerung bestand. Die beiden Fraunhofer'schen Linien D standen in diesem Apparat etwa 15' von einander entfernt.

Ließ man durch ein Prismenpaar mit convexer und ebeiner Hypotenusefläche das Licht einer Natriumflamme auf einen kleinen Spectralapparat fallen, in welchem man das ganze Spectrum gleichzeitig übersehen konnte, so war das gewöhnliche Spectrum einer Natriumflamme zu sehen, mochte das Licht an der Hypotenusefläche des ersten Prisma's gewöhnliche oder totale Reflexion erlitten haben.

11.

Es mag hier auch noch erwähnt werden, dass bei totaler Reflexion keine Vermehrung der Lichtintensität stattfindet, wie dies auch schon von Neumann²⁾ ausgesprochen worden ist. Jene zuerst von Cauchy behauptete Vermehrung der Lichtintensität wird aber doch noch von Einigen für möglich gehalten und der Grund dafür in einem Sichtbarwerden longitudinaler Aether-Schwingungen gesucht.

1) Abhandl. der Berl. Acad. 1861, S. 64.

2) Pogg. Ann. Bd. 40, 1837, S. 501.

Nach Cauchy¹⁾) sollte ein Lichtstrahl, der aus Glas in Luft übergeht, einen Lichtstrahl von sehr grosser Intensität geben, wenn er aus der Gränzfläche beider Medien so austrete, daß er in Luft einen sehr kleinen Winkel mit dieser Gränzfläche bildete. Dies würde also der Fall seyn für Einfallswinkel J wenig kleiner, als der Gränzwinkel der totalen Reflexion. Der austretende Strahl sollte aber ferner verschwinden und alles Licht total reflectirt werden, sobald der Einfallswinkel J sehr groß wäre, der im Glas einfallende Strahl einen kleinen Winkel mit der Gränzfläche bildete.

Cauchy und Hessler in Grätz wollen dies durch Versuche bestätigt haben, indem sie durch eine kleine Oeffnung in einem dunklen Schirme das Licht einer Kerze auf die Kathetenfläche eines Glasprismas auffallen ließen, und das Bild der Lichtflamme mit grosser Intensität durch

1) Compt. rend. t. 2, 1836, p. 348. «Des principes ci-dessus développés, il résulte que, si deux faces non parallèles d'un crystal sont traversées par un rayon de lumière, d'abord incident puis réfracté, puis émergent, le rayon émergent s'éteindra toujours lorsque le rayon incident formera un angle infiniment petit avec la face d'entrée, de manière à éprouver sur cette surface une réflexion totale; mais qu'au contraire, si le rayon réfracté rencontre la face de sortie à très peu sous l'angle de réflexion totale, et de manière que le rayon émergent forme un angle infiniment petit avec le plan de cette face, le dernier rayon, loin de s'éteindre, pourra dans certains cas, acquérir une très grande intensité. Ayant communiqué, le 20 mars dernier, cette conséquence de mes formules à M. Hessler, professeur de physique, je lui proposai de la vérifier par l'observation. Il colla du papier noir sur les triangles rectangles qui servaient de bases à un prisme de verre, et sur les deux plus petites des trois faces latérales, après avoir percé d'un trou d'épinglé le papier qui devait recouvrir une des surfaces latérales, et nous reconnûmes, que l'image d'une bougie était transmise à travers le prisme avec une grande intensité dans les cas même où le rayon émergent devenait sensiblement parallèle à la face de sortie. J'ai observé depuis que le rayon émergent s'éteint graduellement quand le rayon incident forme un angle de plus en plus petit avec la face d'entrée. Je ne connais pas d'auteur qui ait parlé de cette expérience, que tout le monde peut répéter avec la plus grande facilité.» — Auch Pogg. Ann. Bd. 39, 1836, S. 59.

das Prisma hindurch erblickten, selbst in dem Falle, wo die Strahlen aus der Hypotenusefläche des Glasprismas fast parallel mit derselben austraten.

Ich muss gestehen, daß ich nicht recht verstehe, was von den erwähnten beiden Beobachtern eigentlich gesehen worden ist. Aus der Hypotenusefläche treten die verschiedenen gefärbten Strahlen in verschiedener Richtung aus und man sieht ein Spectrum oder einen Theil eines Spectrums sobald man längs der Hypotenusefläche auf ein solches Prisma blickt, auf dessen eine Kathetenfläche weißes Licht auffällt. Dieses Spectrum scheinen die beiden Beobachter aber gar nicht gesehen zu haben.

Der austretende Strahl verschwindet auch nicht *allmählig*, wie es Cauchy a. a. O. angiebt, wenn der Einfallswinkel zunimmt, sondern *plötzlich*, sobald man durch Drehen des Prismas den Einfallswinkel gröfser werden lässt als den Gränzwinkel der totalen Reflexion. Freilich lässt sich dies nur wahrnehmen, wenn man homogenes Licht auf die Kathetenfläche des Prismas auffallen lässt.

Bei diesem letzteren Versuche könnte man bei oberflächlicher Betrachtung wohl dazu verleitet werden, eine Verstärkung der Lichtintensität anzunehmen. Lässt man nämlich von einem mit einer Natriumflamme erleuchteten Spalt Licht auf eine Objectivlinse und dann auf die Kathetenfläche eines rechtwinkligen Prismas fallen, so dass die aus der Hypotenusefläche ausgetretenen Strahlen einen kleinen Winkel mit dieser Fläche bilden, so sieht man das Bild des Spaltes, welches diese Strahlen erzeugen, viel heller, als wenn man direct durch die Objectivlinse auf den Spalt sieht.

Es röhrt dies einfach daher, dass das auf die Kathetenfläche des Prismas auffallende Strahlenbündel von beträchtlicher Breite nach dem Austritt aus der Hypotenusefläche ein Strahlenbündel von viel geringerer Breite bildet, wie man das aus Fig. 3 Taf. I sofort übersieht. Der Einheit des Querschnitts eines Strahlenbündels entspricht also eine weit grössere Lichtintensität nach dem Austritt aus dem

Prisma als vor dem Eintritt in dasselbe, und in das Auge gelangen) weit mehr Strahlen, wenn es den erleuchteten Spalt durch das Prisma, als wenn es ihn direct durch die Objectivlinse erblickt. Die Verschiedenheit der Lichtintensität verschwindet, wenn man durch undurchsichtige Schirme mit passenden Oeffnungen dafür sorgt, daß das Auge in beiden Fällen von gleich vielen Strahlen getroffen wird.

12.

Später hat Cauchy¹⁾ außer von Strahlen mit longitudinalen oder transversalen Schwingungen der Aethertheilchen auch von sogenannten verschwindenden Strahlen gesprochen, die dem Auge wahrnehmbar seyn sollen. Als solche verschwindende Strahlen wird das durch ein dünnes durchsichtiges Goldblatt gegangene grüne Licht erwähnt, oder Strahlen, die streifend längs der Hypotenusefläche eines rechtwinkligen Prisma's im dünneren Medium sich fortpflanzen sollen, wenn innerhalb des Glases Licht unter

1) Compt. rend. t. 28, 1849, p. 26. « Si le module se réduit constamment à l'unité, le rayon se propagera sans s'affaiblir. Si le module diffère généralement de l'unité, l'amplitude des vibrations lumineuses décroîtra en progression géométrique, tandis que la distance à un plan fixe croîtra en progression arithmétique, et alors le rayon de lumière deviendra ce que nous appellerons un rayon évanescant. La lumière qui renferme un rayon évanescant peut être, dans un grand nombre de cas, perçue par l'œil. Telle est, en particulier, la lumière verte transmise par voie de réfraction à travers une feuille d'or très mince. Telle est encore la lumière transmise à travers les faces latérales d'un prisme de verre qui a pour bases deux triangles rectangles, et fournie par un rayon divergent qui rase la face de sortie, dans le cas où le rayon réfracté forme, avec la normale à cette dernière face, un angle supérieur à l'angle de réflexion totale. Alors comme je l'ai dit en 1836 (tome II p. 349) le rayon émergent s'éteint graduellement, tandis que le rayon incident forme un angle de plus en plus petit avec la face d'entrée. »

ib. p. 28. « . . . le troisième rayon est un rayon évanescant, dirigé de manière à raser la surface réfléchissante ou réfringente, et composé de molécules qui décrivent des ellipses comprises dans le plan d'incidence, les plans des ondes étant à la fois perpendiculaires au plan d'incidence et à la surface, dont il s'agit. »

einem Winkel gröfser als der Gränzwinkel der totalen Reflexion auf diese Hypotenusenfläche auffällt. Cauchy beruft sich dabei sogar auf die von ihm und Hessler angestellten Versuche, wonach der aus der Hypotenusenfläche austretende Lichtstrahl allmählich verlöschen soll, wenn der Einfallswinkel zunimmt.

Dass das letztere nicht der Fall ist, wurde schon oben erwähnt.

Man könnte aber nichts desto weniger glauben, dass bei den in diesem Aufsatze beschriebenen Versuchen das in das zweite Prisma eingedrungene Licht von solchen verschwindenden Strahlen herrührte.

Aus den oben angeführten Versuchen folgt, dass das Licht bis zur Tiefe von mehreren Wellenlängen in das dünnere Medium eindringt, während jene verschwindenden Strahlen nur in sehr kleinen Entferungen von der Gränzfläche, die Bruchtheile einer Wellenlänge sind, bemerkbar seyn sollen¹⁾.

Da sich ferner diese verschwindenden Strahlen parallel der Gränzfläche beider Medien fortpflanzen sollen, so begreift man zwar, dass sie in den Raum zwischen der ebenen und convexen Hypotenusenfläche der beiden aufeinandergelegten Prismen gelangen, aber man begreift nicht, wie sie nun in das zweite Prisma eindringen können. Dazu kommt, dass die Gränze des hellen elliptischen Fleckes an derselben Stelle der Hypotenusenflächen erscheint, mag man das Licht in der Nähe des Berührungspunktes, oder seitlich davon auffallen lassen.

In jenen verschwindenden Strahlen sollen die Wellenebenen senkrecht zur Einfallsebene und zur reflectirenden Fläche stehen. Dann könnte also die Erscheinung nicht symmetrisch zu dem Berührungspunkte der Hypotenusenflächen, sondern müfste in verschiedenen Richtungen verschieden seyn; das durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen hindurchgegangene Licht müfste einen langgestreckten und keinen elliptischen hellen Fleck bilden.

1) *Compt. rend. t. 28, 1849, p. 64.*

Dass
elliptisc
nen Gr
Weise
menpaar
matteu
es leich
heller H
betracht
Peripher
Man
das aus
tischen
die sym
tenusen
Rüh
durchge
die aus
würden
gegange
zweiten
einen he
ein erste
aber geg
abgeseh
delten e
dene Int
polarisir

1) *Comp
avec l'
d'extin
premie
n'offre
surfac
d'un n
sur la
mineue*

Dass die Gestalt des hellen Fleckes nun in der That elliptisch ist, lässt sich so genau, als es bei der verwaschenen Gränze desselben überhaupt möglich ist, in folgender Weise am besten zeigen. Man fängt das durch das Prismenpaar hindurchgegangene Licht auf einer schiefgestellten matten Glasfläche auf. Mit einem Probieren bringt man es leicht dahin, dass auf der Glasplatte ein kreisförmiger heller Fleck erscheint, der durch ein Nicol'sches Prisma betrachtet, beim Drehen desselben an allen Stellen seiner Peripherie in gleicher Weise grösser oder kleiner wird.

Man übersieht sofort, dass dies nur möglich ist, wenn das aus dem Prismenpaar austretende Strahlenbündel elliptischen Querschnitt hat, und wenn das Licht an Stellen, die symmetrisch zum Berührungs punkte der beiden Hypotenusenflächen liegen, in gleicher Weise durchgelassen wird.

Rührte endlich das durch den hellen elliptischen Fleck durchgegangene Licht von verschwindenden Strahlen her, die aus Longitudinalschwingungen¹⁾ entstanden wären, so würden diese ganz oder doch zum Theil in dem hindurchgegangenen Lichte fehlen, und dieses letztere in einem zweiten Prismenpaar nicht von neuem in gleicher Weise einen hellen elliptischen Fleck erzeugen können. Das durch ein erstes Prismenpaar hindurchgegangene Licht verhält sich aber gegen ein zweites Prismenpaar, wie gewöhnliches Licht, abgesehen von der im folgenden Abschnitt näher behandelten elliptischen Polarisation, die sich auf die verschiedene Intensität des parallel und senkrecht zur Einfalls ebene polarisierten Lichtes zurückführen lässt.

(Schluss im nächsten Heft.)

1) *Compt. rend. t. 28, 1849, p. 63.* »Elles (les formules) renferment avec l'angle d'incidence et l'indice de réfraction, les coéfficients d'extinction de deux rayons évanescents, qui propagés dans le premier et le second milieu le long de la surface de séparation, n'offrent de lumière sensible qu'à de très-petites distances de cette surface. Ces deux rayons évanescents dont chacun tient la place d'un mouvement à vibrations longitudinales, influent nécessairement sur la production des phénomènes de réflexion et de réfraction évanescents etc.«

hafft sich an man erkennt und sei dagegen ob sie
**II. Ueber die Abhängigkeit des Strahlungsver-
mögens der Körper von der Natur der umge-
benden Mittel;**
von Dr. G. v. Quintus Icilius in Hannover.

(Ausführlich in der Section für Mathematik und Physik der 40. Ver-
sammlung deutscher Naturforscher und Aerzte mitgetheilt.)

In der Abhandlung: „Ueber die Concentration von Wärme-
und Lichtstrahlen und die Gränzen ihrer Wirkung“¹⁾ hat
Hr. Prof. Clausius aus dem Grundsatze, dass die Wärme
nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Kör-
per übergehen kann, durch mathematische Betrachtungen
das Gesetz²⁾ abgeleitet: *Die Stärke der Emission eines
Körpers ist nicht nur von seiner eigenen Beschaffenheit und
seiner Temperatur abhängig, sondern auch von der Natur
des umgebenden Mittels, und zwar in der Weise, dass die
Emissionsstärken in verschiedenen Mitteln im umgekehrten
Verhältnisse stehen mit den Quadraten der Fortpflanzungs-
geschwindigkeiten der Strahlen in den Mitteln, oder im di-
rechten Verhältnisse mit den Quadraten der Brechungskoeffi-
cienten der Mittel.* Die thatächliche Bestätigung dieses an sich schon merk-
würdigen Gesetzes würde also zugleich eine neue Bestäti-
gung des oben angeführten Grundsatzes seyn, und er-
scheint daher als eine nicht unwichtige Aufgabe der expe-
rimentellen Physik. Um eine Lösung derselben zu versu-
chen, sind die folgenden Versuche angestellt.

Dabei erschien es vor Allem, um hinreichend gleichartige und constante Wärmequellen für die verschiedenen mit einander zu vergleichenden Beobachtungen zu erhalten, nothwendig, gleichartige mit siedendem Wasser (oder einer andern siedenden Flüssigkeit) gefüllte Gefäße als strahlende Körper anzuwenden. Dadurch war aber die Wahl der

1) Pogg. Ann. Bd. 121, S. 1.

2) A. a. O. S. 43.

Mittel, welche diese umgeben sollten, beschränkt, indem feste Körper schon als solche von selbst tropfbare Flüssigkeiten aber wegen ihrer geringen Diathermanität für dunkle Wärmestrahlen ausgeschlossen waren. Die Unterschiede der Brechungscoefficienten verschiedener Gase, namentlich solcher, die wegen ihrer Darstellung, wegen der chemischen Einwirkung auf die Gefäßwände oder aus andern ähnlichen Gründen keine allzugroßen Unbequemlichkeiten bei den Versuchen darbieten, sind aber so gering, daß nur durch grosse Empfindlichkeit des thermometrischen Apparats und durch vielfache Wiederholungen der Versuche einige Aussicht auf Erfolg gegeben schien. Für Kohlensäure und Wasserstoff z. B., welche aus naheliegenden Gründen als die für die beabsichtigten Versuche geeignetsten Gase erschienen, sind nach Dulong's Bestimmungen die Brechungscoefficienten resp. 1,000449 und 1,000138, also das Verhältniß derselben zu einander 1,000310, eine von der Einheit so wenig differirende Zahl, daß im günstigsten Falle nur eine ohngefähr Uebereinstimmung derselben mit der Zahl zu erwarten war, welche mit Zugrundelegung des oben genannten theoretischen Gesetzes aus den Versuchen über die Größe der Wärmestrahlung eines abwechselnd mit dem einen und dem andern dieser beiden Gase umgebenen Körpers bestimmt werden sollte.

Der Erfolg rechtfertigte indes diese Erwartung einigermaassen, indem die nachfolgend beschriebene Versuche wenigstens zeigten, daß ein Körper, der von Kohlensäure umgeben ist, die Wärme etwas stärker ausstrahlt, als wenn er unter sonst gleichen Verhältnissen von Wasserstoff umgeben ist; und zwar fand sich der Unterschied seiner Größe nach ungefähr von derselben Ordnung, wie nach dem Gesetze des Hrn. Prof. Clausius zu erwarten war.

Der Beschreibung der Versuche möge die des dabei benutzten Apparates vorausgehen.

Auf einem als Grundlage dienenden horizontalen Brett A (Fig. 12 Taf. I.) sind zwei mit Wasser gefüllte Gefäße von Messingblech, B und C, auf Dreifüßen in geeigneter

Weise aufgestellt, in welchen durch untergestellte Gaslampen das Wasser zum Sieden gebracht und während der Versuche darin unterhalten wurde, wobei die obern offenen Flächen derselben etwa zu zwei Dritteln bedeckt wurden. Die Seiten der nahe cubischen Gefäße sind 150^{mm} lang und ihre einander zugewendeten, mit Kampferruß überzogenen, und untereinander parallelen Flächen stehen 537,5^{mm} auseinander.

Vor jede dieser beiden Flächen ist nach deren Berührung ein 34^{mm} langer und 72^{mm} im Durchmesser haltender hohler Messingcylinder etwa in der Mitte der Fläche luftdicht angeschraubt; die dem Gefäß anliegende Grundfläche desselben ist offen, die andere aber mit einer Metallplatte verschlossen, in deren Mitte sich eine 27^{mm} hohe und 16,5^{mm} breite rechteckige Oeffnung befindet. Eine ebensolche Platte teilt jeden Cylinder seiner Länge nach in je zwei etwa 15^{mm} lange Kammern, 1, 2 und 3, 4. Jede der vier rechteckigen Oeffnungen ist durch eine eingekittete Platte von Steinsalz wieder verschlossen. In die so gebildeten vier Kammern 1, 2, 3, 4 führen je zwei diametral gegenüberstehende Röhren, a, c; b, d; e, g; f, h, welche durch Glas und Kautschuckröhren untereinander und mit Gasentwickelungsapparaten verbunden sind, um Kohlensäure und Wasserstoff durch die Kammern leiten zu können. Diese Verbindungen sind, wie die Figur zeigt, so angeordnet, daß gleichzeitig entweder die Kohlensäure durch die Kammern 2 und 4, und der Wasserstoff durch die Kammern 1 und 3 geht, oder beides vertauscht ist. Im ersten Falle ist die strahlende Fläche des Gefäßes C von Kohlensäure, die des Gefäßes B von Wasserstoff unmittelbar umgeben; immer haben die von den beiden strahlenden Flächen ausgesandten Strahlen nahe gleich dicke Schichten beider Gase zu durchlaufen, ehe sie auf die in gleicher Höhe mit Steinsalzplatten und in gerader Linie mit diesen nahe in der Mitte zwischen den Gefäßen B und C befindlichen Endflächen einer thermo-elektrischen Säule D fallen. Diese Einrich-

tung wurde getroffen, um etwaige thermochroische Verschiedenheiten der beiden Gase unschädlich zu machen.

An die, zu den beiden Kammern 1 und 2 führenden Röhren *a* und *b* sind mit Quetschhähnen versehene Kautschukschläuche befestigt, durch welche die Gase aus den Entwicklungsapparaten strömen, nachdem sie durch Vorlagen, die Schwefelsäure enthalten, geleitet und darin getrocknet sind. Die Umwechselung der Verbindungen der Kammern 1 und 2 mit den Gasentwicklungsapparaten wurde, um jede Verrückung des Hauptapparates zu vermeiden, immer an den Entwicklungsapparaten, nie an den Röhren *a* und *b* vorgenommen.

Die thermo-elektrische Säule enthält 50 Stäbchenpaare aus Wismuth und Antimon von 31^{mm} Länge; ihre Endflächen bilden Rechtecke von 20^{mm},5 Höhe und 8^{mm} Breite, und sind mit Kampferrufs überzogen; auf die Fasaung der Säule sind zwei je 40^{mm} lange prismatische Ansatzröhren gesteckt. Durch einen Messigträger ist sie in geeigneter Höhe auf einem Schlitten befestigt, der durch eine Mikrometerschraube in der Längerrichtung zwischen den Gefäßen *B* und *C* bewegt werden kann. Der Schlitten trägt zwei von einander isolirte Klemmschrauben, von welchen Leitungsdrähte einerseits zu den Enden der thermo-elektrischen Säule, andererseits zu einem Commutator führen, und außerdem einen Index, mittelst dessen die Stellung der Säule an einer auf der Unterlage des Schlittens angebrachten Theilung roh abgelesen wird, während die feinere Ableitung durch einen zweiten Index geschieht, der der Theilung am Kopfe der Mikrometerschraube gegenübersteht. Die Unterlage des Schlittens ist auf einem auf das Brett *A* etwa in der Mitte zwischen den Gefäßen *B* und *C* geleimten Klotze befestigt.

Ein Kasten von Holz, *MMMM*, umgibt die Säule zwischen den Gefäßen *B* und *C*, die mit ihren cylindrischen Vorsprüngen in denselben eingelassen und durch umgelegte Metallbänder fest gegen ihn gedrückt sind. Ein Schlitz von

etwa 30^{mm} Länge in dem horizontalen Boden des Kastens lässt den Träger der Säule in diesen eintreten, während der Schlitten mit der Mikrometerschraube unterhalb desselben frei liegt. Zwei andere Schlitze in der einen Längswand des Kastens erlauben die Schirme *E* und *F* zwischen die Endflächen der Thermosäule und die strahlenden Flächen der Gefäße *B* und *C* zu schieben, oder sie zurückzuziehen. Diese Schirme sind aus je zwei Messingplatten gebildet, welche durch einen Rahmen aus Holz auseinander gehalten sind; der innere Raum zwischen den Messingplatten ist mit Asche gefüllt.

Drei Kästen aus Messingblech, *G*, *H* und *J*, welche bis auf die erforderlichen Verbindungsrohren völlig geschlossen sind, sind zwischen und außerhalb der beiden Schirme in den Holzkästen eingepasst. Alle drei sind in der Weise mit Durchlaßröhren versehen, daß nach dem Zurückziehen der Schirme die Strahlen von den Gefäßen *B* und *C* auf die Endflächen der Thermosäule fallen können. Der mittlere, *H*, umschließt, wie die Figur zeigt, die Säule; sein mittlerer hohler Raum wird oben durch einen metallenen Deckel verschlossen. Aus einem Wasserreservoir fließt durch in der Figur fortgelassene Verbindungsrohren der Reihe nach durch die Kästen *H*, *J* und *G* während der Versuche fort dauernd ein Wasserstrom, welcher in jeden derselben am Boden ein, und oben wieder austritt. Endlich ist zwischen die Gefäße *B* und *C* einerseits und die Kästen *G* und *J* andererseits je ein auf beiden Seiten mit Tuch überzogener Holzklotz, *K* und *L*, eingeschoben, der in der Mitte hinreichend weit durchbohrt ist, um die Strahlung auf die Säule nicht zu hindern.

Der Commutator, welcher, wie oben beschrieben, mit der Säule durch Leitungsdrähte verbunden ist, vermittelt deren Verbindung mit dem Multiplizator eines Galvanometers; um beim Umlegen desselben nicht durch Berührung mit der Hand störende thermo-elektrische Ströme im Commutator selbst zu erregen, geschieht dieses mittelst eines angekitteten längern Glasstäbchens, eine Vorsichts-

maafs
aus n
D
von I
Galva
dersta
und 1
der S
kreis
40^{mm},
1099

D
förm
Dicke
und 1
gel f
unagn
etwa
Direc
gen,
rizon
tungs
A
den
tromo
Wiss
1° C
kann
Temp
bei
unge

1) A
ge
2) D
na
te
3) I

maaf'sregel, die sich bei vorläufigen Versuchen als durchaus nothwendig erwies.

Das Galvanometer ist mit thunlichster Beachtung des von Hrn. Prof. W e b e r für die Construction empfindlicher Galvanometer gegebenen Regeln¹⁾ eingerichtet. Der Widerstand des Multiplicatordrahtes, nach absolutem Maafse und bei 11°,6 C. gemessen, beträgt etwa²⁾ $324 \cdot 10^6$, der der Säule, incl. der Verbindungsdrähte $259 \cdot 10^6$; er ist kreisförmig aufgewunden, der innere Durchmesser misst 40^{mm},5 der äußere 116^{mm},5 und die Breite 72^{mm},8; er zählt 1099 Umwindungen in 26 Lagen.

Die nicht ganz astatische Nadel besteht aus zwei kreisförmigen Stahlscheiben von 30^{mm} Durchmesser und 6^{mm} Dicke, von denen die eine, außerhalb des Multiplicators und 109^{mm} über der andern schwiegende, zugleich als Spiegel für die Ablesung mittelst eines Fernrohrs dient; die magnetischen Momente derselben sind nach absolutem Maafse etwa resp. $2,15 \cdot 10^6$ und $1,93 \cdot 10^6$, während die statische Directionskraft des feinen Silberdrahtes, an welchem sie hängen, nahe gleich 10^6 , oder, bei dem Werthe 1,82 der horizontalen Componente des Erdmagnetismus im Beobachtungslocale, etwa $\frac{1}{2}$ der gesammten Richtkraft ist.

Aus diesen Zahlen ergiebt sich beiläufig, da man nach den Angaben von Matthiesen und Wild³⁾ die elektromotorische Kraft eines thermo-elektrischen Elements aus Wismuth und Antimon bei einer Temperaturdifferenz von 1° C. etwa auf $8,4 \cdot 10^6$ nach absolutem Maafse schätzen kann, die Empfindlichkeit des Apparates so groß, dass eine Temperaturdifferenz der Endflächen der Säule von 0,001° C. bei einem Abstande der Scale vom Spiegel = 3", wie er ungefähr bei den Versuchen war, im Fernrohr eine schein-

1) Abhandlungen der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Bd. 10. Zur Galvanometrie von W. Weber.

2) Die absoluten Werte der Widerstände sind vielleicht nicht ganz genau, da sie durch Vergleich mit nicht völlig verbürgten Etalons erhalten wurden.

3) Pogg. Ann. Bd. 103, S. 412.

bare dauernde Ablenkung von 18 Scalentheilen hervorbringen würde.

Bei dieser Empfindlichkeit des thermometrischen Apparates war es trotz der beschriebenen Vorkehrungen zur Vermeidung und Ausgleichung fremder Temperaturdifferenzen nicht zu vermeiden, dass fast stets schwache Ströme im Apparate merklich waren, auch wenn die Schirme längere Zeit die Säule verdeckt hatten und geschlossen blieben.

Diese Ströme waren keineswegs die Folge davon, dass, wie man vielleicht vermuten könnte, die während einer längern Versuchsreihe bei geöffneten Schirmen entstandene Temperaturdifferenz der Endflächen der Säule einer sehr langen Zeit nach dem Schliessen der Schirme zum Verschwinden bedurft hätte. Denn wenn etwa eine Viertelstunde nach Beendigung einer Versuchsreihe, während welcher die Schirme etwa 6 bis 7 Minuten geöffnet gewesen waren, die Stromrichtung bei geschlossenen Schirmen untersucht wurde, so fand sie sich zwar an einigen Tagen constant in dem Sinne der vorher stattgefundenen Ströme, an andern Tagen aber ebenso constant in entgegengesetztem, oder an andern Tagen änderte sich die Stärke dieses, jedoch meist verhältnismässig sehr schwachen, Stromes stetig und langsam im Verlauf mehrerer Stunden.

Aus diesem Grunde wurde jeder einzelnen Beobachtungsreihe eine Reihe von Beobachtungen bei geschlossenen Schirmen vorausgeschiickt, indem der Commutator im Takte der Schwingungsdauer 12 mal umgestellt wurde, wodurch die Nadel in Schwingungen von meist wenigen, in einzelnen Fällen jedoch sogar von 20 bis 30 Scalentheilen gebracht wurde, die aufgezeichnet wurden. Nachdem dann diese Schwingungen bis zu angemessener Kleinheit beruhigt waren, wurden beide Schirme gleichzeitig im Moment einer Nadelumkehr geöffnet, und von jetzt an alle Elongationen derselben aufgezeichnet, indem zugleich bei jeder Nadelumkehr der Stand des Commutators gewechselt wurde.

Auf diese Weise wurde die Nadel in wachsende Schwin-

gungen
ändert
ten St
Bogen
hältnis
werthe
kungen
Es stie
10 bis
stant,
30. Se
stimm
keiten
auf ei
gungen
zichter

In
bogen
den d
mern
in der
ersetzt
eine
macht
jeder
8 bis
durch
Säule
dem
der S
henso
dass
mit d
Was
bei d
fangen
wurd

gungen gesetzt, die jedoch nicht nach dem Gesetze sich änderten, wie wenn dasselbe Verfahren bei einem constanten Strome angewandt wäre, vielmehr stieg die Größe der Bogen besonders im Anfange in einem weit stärkern Verhältnisse, und näherte sich gewöhnlich dann dem Gränzwerthe langsamer; in andern Fällen kamen auch Schwanungen vor, aber meist mit einer gewissen Regelmässigkeit. Es stieg dann nämlich die Stromstärke während der ersten 10 bis 20 Schwingungen, blieb nun eine Zeitlang nahe constant, oder nahm ein wenig ab, um etwa von der 25. oder 30. Schwingung an wieder merklich zu steigen. Ein bestimmtes Gesetz aber für diese scheinabaren Unregelmässigkeiten vermochte ich nicht aufzufinden, und musste daher auf eine exacte Berechnung des Gränzwerthes der Schwingungen, welche im Falle constanter Ströme leicht ist, verzichten.

In allen Fällen habe ich die ersten 36 Schwingungsbogen nach Oeffnung der Schirme beobachtet; dann wurden diese wieder geschlossen, die Verbindungen der Kammer mit den Gasentwickelungsapparaten gewechselt, das in den Siedegefäßen verdampfte Wasser durch Nachfüllen ersetzt, und nach Verlauf von etwa 15 bis 20 Minuten eine zweite Beobachtungsreihe in der nämlichen Weise gemacht. Indem so unter steter Umtauschung der Gase nach jeder Reihe fortgefahren wurde, erhielt ich täglich etwa 8 bis 10 solcher Reihen. Von Tag zu Tag wurde dabei durch Drehen der Mikrometerschraube die Stellung der Säule zwischen den strahlenden Flächen geändert. Nachdem die Beobachtungen bei fünf verschiedenen Stellungen der Säule gemacht waren, wurden sie in umgekehrter Reihenfolge wiederholt, wobei die Vorsicht beobachtet wurde, dass wenn das erste Mal bei einer bestimmten Stellung mit der einen Combination, z. B. Kohlensäure in 1 und 3 Wasserstoff in 2 und 4, begonnen war, das zweite Mal bei derselben Stellung mit der andern Combination angefangen wurde. Nach Beendigung dieser Wiederholung wurde die erste Reihenfolge nochmals wiederholt, wobei

jedoch äußerer Hindernisse wegen die Beobachtungen für die fünfte Stellung ausfielen.

Aus sämtlichen bei derselben Stellung der Säule und derselben Füllung der Kammern gemachten Beobachtungsreihen wurden schliefslich die Mittel der einzelnen 36 Schwingungsbogen genommen, und an diese eine zwiefache auf der Kenntniß der Dämpfungskraft des Galvanometers (das Verhältniß zweier auf einanderfolgender Schwingungsbogen war 0,879) beruhende Correction angebracht: 1) wegen der kleinen Schwingungsbewegung, in der in der Regel die Galvanometernadel beim Beginn der Versuchsreihe war, und 2) wegen des oben besprochenen außerwesentlichen Stroms, der als constant für die Dauer einer Versuchsreihe angenommen wurde, und dessen Einfluß auf die Schwingungsbogen unter dieser Voraussetzung aus den jeder Reihe voraufgeschickten Beobachtungen bei geschlossenen Schirmen entnommen werden konnte.

Die folgende Tabelle enthält die auf diese Weise erhaltenen Mittelwerthe der Schwingungsbogen für die fünf verschiedenen Stellungen der Säule und die verschiedene Füllung der Kammern; α bezeichnet darin die Entfernung des Indexes der Schlitten von einem willkührlich angenommenen Nullpunkte der Theilung, I zeigt diejenige Combination der Gasleitungen an, bei welcher der Wasserstoff durch die Kammern 1 und 3, die Kohlensäure durch 2 und 4 strömte, II die entgegengesetzte; dabei ist noch zu bemerken, daß die Numerirung der Kammern in derselben Richtung wie die Bezifferung der Theilung für den Schlitten fortgeht, so daß beim größten Werthe von α die Säule dem Gefäße C am nächsten stand. Den Schwingungsbogen sind schliefslich noch zugefügt: unter S die respectiven Summen derselben, unter A die Differenz und unter B die Summe der zu demselben Werthe von α gehörigen zwei Werthe von S. Da in sämtlichen Reihen die Ausschläge der Galvanometernadel bei gleicher Stellung des Commutators nach derselben Seite hin gerichtet waren, so sind alle Schwingungsbogen als positiv gezählt.

α	Comb.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
		5 mm, 78	4 mm, 34	2 mm, 69	1 mm, 45	0	0	W.
Bogen 1	4,33	4,49	3,83	3,66	3,21	3,95	2,43	2,91
2	15,72	15,58	14,45	14,04	13,94	14,24	11,16	11,95
3	29,71	29,02	27,71	27,08	25,32	25,85	21,48	21,72
4	42,79	41,77	39,65	39,24	37,53	37,16	29,96	30,13
5	52,60	53,13	50,64	49,34	45,55	46,68	37,03	37,34
6	62,16	62,80	59,90	59,15	53,06	64,98	42,30	42,61
7	70,73	70,84	67,53	66,87	68,93	69,84	45,83	46,41
8	78,52	78,61	74,45	73,14	63,60	64,53	48,68	48,96
9	85,22	84,32	79,09	78,30	67,23	68,01	50,49	50,55
10	89,94	89,41	83,40	82,57	70,21	70,57	51,46	51,50
11	94,65	93,82	86,89	86,29	72,48	72,53	52,11	51,98
12	98,52	97,51	89,85	89,23	73,59	74,27	52,47	52,16
13	101,79	100,59	92,42	91,63	75,16	75,47	52,99	52,18
14	103,78	103,20	94,21	93,72	76,13	76,54	53,08	51,99
15	106,86	105,43	95,71	95,31	77,15	77,25	53,25	51,67
16	109,52	107,15	97,99	96,47	77,99	77,83	53,42	51,40
17	110,01	108,46	98,41	97,61	78,59	78,26	53,47	51,32
18	111,19	109,80	99,59	98,47	79,18	78,50	53,32	50,96
19	112,14	110,87	100,33	99,16	79,52	78,81	53,53	50,50
20	113,30	111,47	100,98	99,65	79,85	79,18	53,54	50,77
21	114,14	112,13	101,66	100,40	80,02	79,47	53,56	50,85
22	114,69	112,56	102,25	100,35	80,36	79,82	53,68	50,92
23	115,28	112,85	102,85	100,53	80,50	80,20	53,78	51,20
24	116,70	113,16	103,30	101,03			53,85	51,40

α Comb.	5mm,78		4mm,34		2mm,89		1mm,45		0	
	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
Bogen	116,02	113,40	103,79	101,20	90,82	80,73	54,09	51,63	52,49	51,28
25	116,30	113,50	104,04	101,37	91,14	80,99	54,24	51,98	52,83	51,37
26	116,42	113,80	104,22	101,59	91,38	81,17	54,38	52,27	52,71	51,50
27	116,57	114,63	104,50	101,57	91,53	81,46	54,63	52,44	52,74	51,51
28	116,68	114,04	104,61	101,78	91,95	81,76	54,76	52,78	53,01	51,54
29	116,83	113,87	104,96	101,83	91,92	81,96	54,83	53,07	53,30	51,63
30	116,93	113,85	105,19	101,88	92,06	82,06	54,95	53,46	53,85	51,82
31	116,98	113,71	105,28	102,03	92,21	82,29	54,92	53,69	54,16	51,98
32	117,05	113,45	105,57	102,24	92,51	82,55	55,14	53,83	54,55	52,14
33	117,11	113,19	105,69	102,38	92,66	82,70	55,47	54,63	54,83	52,37
34	117,10	112,98	105,89	102,53	92,88	82,80	55,74	54,27	55,24	52,63
35	117,19	112,59	105,90	102,46	93,11	82,90	55,89	54,49	55,68	52,01
36	3453,47	3391,38	3125,61	3066,39	2514,11	2517,61	1745,98	1699,56	1717,84	1665,25
A.	62,69		59,31		— 3,50 *)		46,42		52,59	
B.	6844,85		6191,91		5031,72		3445,54		3383,09	

*) Die zweite der oben erwähnten Correctionen, welche ihrer Voraussetzung wegen ziemlich un Sicher ist, fiel für No. 1 dieser Doppelreihe ungewöhnlich groß aus, und kann daher möglicherweise die beträchtliche Abweichung dieses Wertes von den übrigen Werten von A verursacht haben.

Mit Ausnahme der dritten Doppelreihe, welche für A einen kleinen negativen Werth ergeben hat, ist A immer positiv, und da mit Abnahme der Werthe von α die Bogen im Allgemeinen kleiner werden, so zeigt dieses an, dass, entsprechend dem Satze des Hrn. Prof. Clausius, die Strahlung der von Kohlensäure umgebenen Fläche etwas stärker als die derselben von Wasserstoff umgebenen Fläche ist.

In Bezug auf die fünfte Doppelreihe ist noch zu bemerken, dass wahrscheinlich in Folge eines nach und nach eingetretenen Anlaufes der Steinsalzplatten die Ausschläge im Allgemeinen mit der Zeit nicht unbeträchtlich abnahmen; zwischen den Versuchen die Platten abzuputzen, war nicht wohl thunlich, da dieses ein gänzliches Auseinandernehmen des Apparates erforderlich gemacht, und dadurch andere erheblichere Störungen verursacht haben würde. Ich habe daher auch für die übrigen Werthe von α die entsprechenden Summen nur aus den Beobachtungen an den ersten zehn Tagen gebildet, und nach dem durchschnittlichen Verhältnisse dieser zu den in der Tabelle angeführten die Summen der fünften Doppelreihe verkleinert, wodurch diese resp. 1585,36 und 1536,82 werden, woraus sich für diese Reihe $A = 48,54$ und $B = 3122,18$ ergeben.

In Ermangelung einer exakteren Reductionsmethode kann man die Summen sämtlicher Schwingungsbogen einer Reihe als ein angenähertes Maas der zugehörigen Strahlung betrachten, da dieser die Bogen gleicher Ordnungszahl proportional gesetzt werden dürfen, und alle Beobachtungsreihen ganz gleichmässig ausgeführt sind.

Es bezeichne nun n das relative Brechungsverhältnis der Strahlen zwischen Kohlensäure und Wasserstoff, r die Entfernung der dem Gefäse B zugewandten Endfläche der Thermosäule von der ihr gegenüberstehenden strahlenden Fläche, ρ die entsprechende Entfernung für die andere Endfläche, S_1 die Strahlung, wenn das Gefäß B von Wasserstoff, und das Gefäß C von Kohlensäure umgeben ist, S_2 dieselbe für die umgekehrte Combination, so muss unter Voraussetzung übrigens vollständiger Symmetrie zu beiden Sei-

ten der Thermosäule nach dem Satze des Hrn. Professor Clausius.

$$S_1 = C \left(\frac{n_s}{\epsilon \epsilon} - \frac{1}{rr} \right)$$

$$S_2 = C \left(\frac{1}{\epsilon \epsilon} - \frac{n_s}{rr} \right)$$

seyn, wenn C eine Constante bezeichnet, und die vom Gefäße C ausgehende Strahlung, welche in allen Fällen die vom Gefäße B ausgehende übertrifft hat, als positiv genommen wird.

Die Voraussetzung vollständiger Symmetrie auf beiden Seiten der Thermosäule ist freilich nicht ganz erfüllt, da die Strahlen, bevor sie die Thermosäule erreichen, mehrere Verluste durch theilweise Reflexion erleiden, und diese auf den beiden Seiten ungleich sind. Die aus dem Gefäß unmittelbar in Kohlensäure tretenden Strahlen erleiden theilweise Reflexionen beim einmaligen Uebergange zwischen Kohlensäure und Steinsalz, beim zweimaligen Uebergange zwischen Steinsalz und Wasserstoff (das zweite Mal in entgegengesetzter Ordnung) und beim einmaligen Uebergange zwischen Steinsalz und atmosphärischer Luft; dagegen werden diese Verluste für die zuerst in den Wasserstoff gelangenden Strahlen durch einen einmaligen Uebergang zwischen Wasserstoff und Steinsalz, durch einen zweimaligen Uebergang zwischen Steinsalz und Kohlensäure und einen einmaligen zwischen Steinsalz und atmosphärischer Luft bedingt. Unter Weglassung der auf beiden Seiten gleichen Schwächungen muss also für die ersten Strahlen noch ein Verlust durch Reflexion für den Uebergang zwischen Wasserstoff und Steinsalz, für die letztern für den Uebergang zwischen Kohlensäure und Steinsalz berücksichtigt werden.

Nach den Fresnel'schen Intensitätsformeln ist aber bei normaler Incidenz die Intensität der durch eine Gränzfläche gehenden Strahlen, wenn die der einfallenden = 1, und das Brechungsverhältnis zwischen den beiden Mitteln = ϵ ist, durch $\frac{4\epsilon}{(\epsilon + 1)^2}$ gegeben. Wenn daher n_s und n_a die re-

lativen Brechungsverhältnisse zwischen Wasserstoff, resp. Kohlensäure einerseits und Steinsalz andererseits bezeichnet, so wird man der besprochenen Unsymmetrie dadurch Rechnung tragen, daß man die Intensität der in der Kohlensäure die strahlenden Flächen verlassenden Strahlen mit $\frac{n_h}{n_e} \left(\frac{n_e + 1}{n_h + 1} \right)^2$, oder da $\frac{n_h}{n_e} = \frac{1}{n}$ ist, mit $\frac{1}{n} \left(\frac{n_e + 1}{n_h + 1} \right)^2$ multipliziert. Bezeichnet nun m den absoluten Brechungscoefficienten des Steinsalzes, und setzt man die absoluten Brechungscoefficienten des Wasserstoffs und der Kohlensäure resp. $= 1 + h$ und $= 1 + c$, so ist

$$n_e = m(1 + c), n_h = m(1 + h).$$

Der obige Factor wird also

$$\frac{1}{n} \left(\frac{m + 1 + mc}{m + 1 + mh} \right)^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{1 + \frac{mc}{m+1}}{1 + \frac{mh}{m+1}} \right)^2,$$

oder da h und c nur kleine Brüche sind

$$\frac{1}{n} \left(1 + \frac{2m(c - h)}{m+1} \right).$$

Folglich erhält man

$$S_1 = C \left[\frac{n}{\varrho \varrho} \left(1 + \frac{2m(c - h)}{m+1} \right) - \frac{1}{rr} \right]$$

$$S_2 = C \left[\frac{1}{\varrho \varrho} - \frac{n}{rr} \left(1 + \frac{2m(c - h)}{m+1} \right) \right].$$

Setzt man noch $n = 1 + x$, so ist x ein kleiner Bruch und zugleich $x = c - h$; da ferner r und ϱ einander nahe gleich sind, so kann man

$$r = l(1 + y); \varrho = l(1 - y)$$

setzen, worin $2l = r + \varrho$ und y ein kleiner Bruch ist. Indem man alsdann die Potenzen und Produkte der kleinen Brüche x und y vernachlässigt, erhält man:

$$S_1 = \frac{C}{ll} \left(4y + x \frac{2m+1}{m+1} \right) \text{ und}$$

$$S_2 = \frac{C}{ll} \left(4y - x \frac{2m+1}{m+1} \right)$$

oder

$$S_1 + S_2 = \frac{8C}{ll} \cdot y \text{ und } S_1 - S_2 = \frac{2C}{ll} \frac{2m+1}{m+1} x.$$

Da nun S_1 und S_2 den zusammengehörigen Werthen von S in der obigen Tabelle proportional gesetzt werden dürfen, und da y in den fünf verschiedenen Doppelreihen derselben den Werth $y + \frac{a}{l}$ erhält, so ergiebt sich, wenn noch zur Abkürzung $\frac{2C}{ll} = z$ und für m sein Werth 1,498 gesetzt wird

$$A = zx \cdot 1,5997$$

$$B = 4z\left(y + \frac{a}{l}\right).$$

Dabei ist zu bemerken, daß selbst wenn noch ein kleiner Symmetriemangel in der Beschaffenheit der strahlenden Flächen oder Endflächen der Thermosäule stattfinden sollte, diese Formeln nicht weiter geändert zu werden brauchten, indem man nur die Bedeutung der Hülfsgröße y ein wenig zu ändern brauchte, um einem derartigen Fehler Rechnung zu tragen.

Aus den fünf Werthen von A in der obigen Tabelle:

$$\begin{array}{r} 62,09 \\ 59,31 \\ - 3,50 \\ 46,42 \\ 48,54 \end{array}$$

erhält man zunächst $zx = 26,61$ mit dem mittleren Fehler $\pm 14,88$.

Da ferner die Entfernung der beiden strahlenden Flächen von einander = 537,5^{mm} und die Länge der Thermosäule = 31^{mm} ist, so ist $2l = r + \varrho = 506,5$, oder $l = 253,25$. Damit und mit den zusammengehörigen Werthen von a und B der obigen Tabelle erhält man zur Bestimmung von z die Gleichungen:

$$\begin{aligned} zy + z \cdot 0,0228 &= 1711,2 \\ zy + z \cdot 0,0171 &= 1548,0 \\ zy + z \cdot 0,0114 &= 1257,9 \\ zy + z \cdot 0,0057 &= 861,4 \\ zy &= 780,5 \end{aligned}$$

Die Auflösung derselben ergiebt $zy = 722,2$ mit dem

mittlern Fehler $\pm 66,5$, und $s = 44704$ mit dem mittleren Fehler ± 4760 . Verbindet man hiermit endlich den oben gefundenen Werth von zz , so erhält man $a = 0,000595$ mit dem mittleren Fehler $\pm 0,000339$.

Wenngleich der mittlere Fehler dieses Resultats wegen der großen Unsicherheit der Versuche verhältnismässig sehr bedeutend ausgefallen ist, so ist doch die Uebereinstimmung des hieraus sich ergebenden relativen Brechungsverhältnisses zwischen Kohlensäure und Wasserstoff, nämlich $1,000595 \pm 0,000339$ mit dem aus Dulong's Beobachtungen sich ergebenden Werthe $1,000310$ hinreichend um dasselbe als eine experimentelle Bestätigung des von Hrn. Prof. Clausius theoretisch gefundenen Gesetzes gelten zu lassen.

III. Ueber Wasserstoff-Entwicklung an der Anode; von W. Beetz.

(Der physikalisch-medicinischen Societät zu Erlangen mitgetheilt

am 20. November 1865.)

Wenn man die Lösung eines Alkali- oder alkalischen Erdsalzes zwischen Magnesiumelektroden zersetzt, so bleibt der negative Poldraht in seinem Ansehen und Gewicht unverändert, der positive wird aufgelöst und zwar unter Entwicklung von Wasserstoffgas. Eine solche Wasserstoffentwicklung an der Anode ist schon bei einem anderen Metalle, dem Aluminium, von Wöhler und Buff¹⁾ beobachtet worden; hier aber war der Vorgang durch die Anwesenheit beträchtlicher Siliciummengen und die Bildung von Siliciumwasserstoff verwickelter. Die einfacheren Vorgänge beim

1) Wöhler, Liebig und Kopp, Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. CIII, S. 218*.

Magnesium erlauben, diese ungewöhnliche Elektrolyse besser zu beobachten und auf Ursachen zurückzuführen, welche auch bei den, beim Aluminium auftretenden Erscheinungen wirksam seyn dürften.

Mein Magnesiumdraht war aus der Fabrik von Johnson, Matthey u. Co., London, durch H. Roessler in Frankfurt a. M. bezogen. Leider konnte ich den Draht in keiner anderen Dicke bekommen, als der einer mässigen Stricknadel, so dass ein Draht von einem Meter Länge nur 0,44 Grm. wog. Deshalb wurde er unter der Wirkung des Stromes ungemein schnell aufgelöst, und ich musste ein eignes Voltameter construiren, um die Wirkung des Stromes lange genug unterhalten zu können. In den dicken Boden eines Glasgefäßes (Fig. 11, Taf. I) waren bei *a* und *b* Löcher gebohrt und mit dichtschließenden Korken wieder ausgefüllt. Auf jeden der Körpe war mit Guttapercha eine runde Kautschukplatte fest aufgekittet und auf diese ein trichterförmiges Hütchen (*c* und *d*). Die Drähte *e* und *f* wurden durch die Körpe und die Kautschukplatten eingeführt, so dass der Bodenverschluss wasserdicht blieb. Ueber beide Trichter wurden dann die auffangenden Röhren (Eudiometerröhren) gestürzt und mit Klemmen festgehalten. Eine poröse Thonwand *g* theilte das Gefäß in zwei Zellen. Der positive Draht wurde schnell gelöst, und musste dadurch immer wieder ersetzt werden, dass neuer Draht von unten nachgeschoben wurde. War er dabei nicht von dem Hütchen *c* umgeben, so wurde er leicht unmittelbar an der aus dem Kautschuk herausragenden Stelle, an welcher die grösste Stromstärke stattfindet, durchgefressen. Das losgerissene Stück wurde dann vom Gasstrom fortgeführt, und der Versuch war für quantitative Bestimmungen unbrauchbar. Sollte ein Versuch abgebrochen werden, ohne dass die Drähte länger der Einwirkung des Elektrolyten ausgesetzt blieben, so wurden dieselben herausgezogen, und die Ränder des Loches in der Kautschukplatte verschlossen die Oeffnung.

Das Gas an der Anode war niemals selbstentzündlich,

auch enthielt der Magnesiundraht so geringe Spuren von Silicium, das auf eine Bildung von Silicumwasserstoff nicht zu rechnen war. Die eudiometrische Untersuchung ergab das das Gas nur aus Wasserstoff bestand. Die begleitenden Erscheinungen am positiven Drahte und das Verhältnis der an beiden Polen entwickelten Wasserstoffmengen zu einander waren je nach der Natur des angewandten Elektrolyten ganz verschieden; aber gerade in diesen begleitenden Umständen fand sich die Ursache der anomalen Wasserstoffentwickelung.

Die Mehrzahl meiner Versuche hatte ich mit schwefelsaurer Magnesialösung als mit derjenigen Flüssigkeit ange stellt, bei der ich von secundären Einwirkungen am freisten zu seyn hoffte. Der Vorgang war hier sehr ähnlich dem, welchen Wöhler und Buff beim Aluminium in Chloridlösungen beobachteten; es wurde nämlich der positive Draht einfach aufgelöst; jedoch bemerkte ich stets, das der Draht, sobald er in die Lösung eintauchte, schwarz wurde, ferner das sich zuweilen kleine Stückchen von diesem Ueberzuge losstießen, und das die Flüssigkeit im Eudiometerrohr über der Anode trübe wurde. Aber auch hier näherte sich das Verhältniss der Wasserstoffmengen an beiden Polen so sehr einer Constanten, das kaum anzunehmen war, dies sey ein zufälliges Zusammentreffen. Die folgende Tabelle enthält die Ergebnisse meiner Messungen in sieben Versuchsreihen. In derselben giebt die Spalte Cu das Gewicht des in einem eingeschalteten Kupfervoltameter niedergeschlagenen Kupfers in Grammen; H₋ das Volumen des am negativen, H₊ das des am positiven Pole entwickelten Wasserstoffes in Cubiccentimetern, stets auf 0° und 760^{mm} Druck reducirt. Die mit Mg überschriebenen Spalten enthalten die Mengen von Magnesium, welche, wie die einzelnen Spaltenüberschriften sagen, dem Kupfer im Voltameter, dem Wasserstoff an der negativen, dem an der positiven Elektrode und beiden zusammen aequivalent sind; die Spalte »Verlust« endlich giebt den Gewichtsverlust des positiven Poldrahtes, während der Elektrolyse:

No.	Cu	H_-		H_+	$\frac{1}{2} H_-$	H_+		Mg		Summe	Verlust
		seq. Cu	gef.	gef.		seq. Cu	seq. H_-	seq. H_+	seq. H_+		
1	0,0780	27,3	27,12	9,36	9,04	0,0292	0,0290	0,0100	0,0390	0,039	
2	0725	25,4	25,7	8,07	8,56	0272	0275	0086	361	035	
3	0780	27,3	26,9	11,06	8,97	0292	0288	0118	406	041	
4	1180	41,4	42,3	16,8	14,1	0442	0451	0180	631	064	
5	0800	28,7	29,4	13,2	9,8	0300	0314	0141	455	045	
6	0700	24,5	24,7	9,62	8,23	0262	0264	0103	367	036	
7	0730	25,6	24,8	9,8	8,26	0274	0265	0105	370	039	

Was aus dieser Tabelle am Unzweideutigsten hervorgeht, ist: dass der Gewichtsverlust des Magnesiums äquivalent ist der Summe des an beiden Polen entwickelten Wasserstoffs, der Kupferniederschlag im Voltameter dagegen nur dem Wasserstoff an der Kathode.

Ferner zeigt ein Vergleich der H_+ und $\frac{1}{2}H_-$ überschriebenen Spalten, dass die am positiven Pole abgeschiedene Wasserstoffmenge etwas mehr als $\frac{1}{2}$ von der am negativen Pole entwickelten beträgt. In den Reihen 3 und 5 ist dieser Ueberschuss am grössten, und da es mir aufgefallen war, dass sich gerade in diesen beidem Reihen grössere Mengen des schwarzen Ueberzuges losgestossen hatten, und dass die Flüssigkeit im Eudiometerrohr besonders stark getrübt wurde, so glaubte ich in der Anwesenheit des schwarzen Niederschlages überhaupt den Grund der anomalen Wasserstoffentwicklung suchen zu müssen. Ich suchte ihn deshalb zu isoliren, und das gelang mir bis zu einem gewissen Grade sehr wohl. Zersetzt man nämlich durch einen Strom Kochsalzlösung zwischen Magnesiumelektroden (deren negative man auch durch eine Platinelektrode ersetzen kann), so stößt sich sofort eine beträchtliche Menge schwarzer Substanz vom positiven Poldraht ab. Dieselbe wird theils vom Gasstrom fortgerissen, theils fällt sie zu Boden. Aus ihr entwickelt sich fortduernd ein Gas, auch wenn sie nicht mehr mit dem Poldraht in Berührung ist. Die eudiometrische Untersuchung zeigte, dass es Wasserstoffgas ist. Setzt man während der Elektrolyse das Eudiometer am positiven Pol fest auf die Kautschukplatte

auf, so dass nichts von dem Niederschlage herausfallen kann, der Strom aber doch nicht unterbrochen wird, und wartet dann mit der Messung der Gasvolumina nach Unterbrechung des Stromes so lange, bis sich aus dem Niederschlage kein Gas mehr entwickelt, so ist wiederum die Summe des an beiden Polen abgeschiedenen Wasserstoffs der Menge des aufgelösten Magnesiums aequivalent; das Verhältnis der beiden Gasvolumina aber hängt von der Stromstärke ab.

In den folgenden beiden Versuchreihen wurde in der angegebenen Weise verdünnte Kochsalzlösung zersetzt, und zwar in Reihe 8 durch 6 Grove'sche Elemente in Reihe 9 dadurch, dass der Magnesiumdraht, der den positiven Pol bilden sollte, mit dem Platindraht als negativem Metall direct verbunden wurde.

No.	Mg						
	H ₋	H ₊	$\frac{1}{2}$ H ₋	aeq. H ₋	aeq. H ₊	Summe	Verlust
8	14,9	10,0	4,96	0,016	0,011	0,027	0,027
9	3,78	10,8	1,26	0,004	0,0116	0,0156	0,017

Ebenso war das Verhältniss H₋:H₊ keineswegs mehr das von 3:1, wenn als Elektrolyt Salmiaklösung angewandt wurde.

10 | 14,4 | 9,77 | 4,8 | 0,0154 | 0,0104 | 0,0258 | 0,026

In diesem Falle trat der schwarze Niederschlag gar nicht auf.

Lässt man den bei der Elektrolyse einer Kochsalzlösung erhaltenen schwarzen Körper in derselben liegen, so bedeckt er sich schnell mit weissen Flocken, und geht endlich ganz in einen weissen Schlamm über. Dieser besteht aus Magnesiahydrat. Verdünnt man, ehe diese Verwandlung vollendet ist, die Lösung stark, so kann man die schwarze Substanz durch Abschlemmen der weissen Flocken fast vollständig säubern. Sie verändert sich im Wasser sehr wenig. Auf keine Weise aber ist es mir gelückt,

sie unverändert zu trocknen; sobald sie unter der Glocke der Luftpumpe über Schwefelsäure der Trockniss nahe kam, wurde sie grau, und unter der Loupe erkannte man dann deutlich ein Gemisch von schwarzen und weissen Theilchen. Wenn ich daher auf eine Analyse dieses Körpers verzichten musste, so konnte doch aus anderen Umständen auf seine Natur schließen. Wird der ausgewaschene Niederschlag in eine verdünnte Säure gebracht, so löst er sich unter Wasserstoffentwicklung auf. Die Lösung enthält kein Chlor, so dass also nicht etwa gerade die Elektrolyse einer Chlorverbindung zur Erzeugung des schwarzen Körpers Veranlassung gegeben hatte; er ist vielmehr mit dem in Bittersalzlösung entstandenen Ueberzug identisch. Ein Körper, welcher sich durch Zersetzung des Wasser unter Wasserstoffentwickelung zu Magnesia oxydiert, kann nur Magnesium, oder ein niederes Magnesiumoxyd *Magnesium-suboxyd* seyn. Da das Verhältnis zwischen der Menge aufgelöster Substanz und dem Volumen entwickelten Wassers nicht bestimmt werden konnte, so war die Entscheidung auf analytischem Wege nicht zu treffen. Aber abgesehen davon, dass gar kein Grund zu finden ist, weshalb gerade nur am positiven Pole ein Abstoßen von schwammigem Magnesium stattfinden sollte, zeigt sich der Niederschlag durch sein elektrisches Verhalten als ein Oxyd. Schliesst man nämlich den Strom einer Batterie durch stark verdünnte Schwefelsäure zwischen Magnesiumelektroden, so schwärzt sich sogleich der positive Draht. Verbindet man jetzt die Drähte durch eine Wippe mit einem Galvanometer, so zeigt sich der positive Poldraht zuerst positiv, wird aber sogleich stark negativ und bleibt das so lange, bis der schwarze Ueberzug verschwunden ist. Beispielsweise bewegte sich das Spiegelbild der Scale meines Spiegelgalvanometers um 10 Theilstiche im positiven Sinne, ging mit der nächsten Spiegelschwankung auf 50 Theilstiche im negativen Sinne, stellte sich in der Nähe von 50 ruhig ein, und ging dann sehr langsam auf 0, während der Draht erst weissfleckig und endlich weiss wurde. Als

ich diese Erscheinung zuerst beobachtete, glaubte ich es mit einem ähnlichen Vorgange zu thun zu haben, wie der ist, welchen ich früher beim Eisen aufgefunden hatte¹⁾, und den ich »anomale Polarisation« nannte, Wiedemann²⁾ »positive«. Ich sah aber bald, dass hier zwei verschiedene Dinge zu unterscheiden sind; eine Polarisation und das elektromotorische Verhalten der schwarzen Schicht. Der erste, positive, Ausschlag ist einer Polarisation zuzuschreiben. Dieselbe verschwindet schnell und entsteht durch Wasserstoffentwicklung, denn auch in verdünnten Säuren entwickelt sich an der Magnesiumanode, während der Elektrolyse, Wasserstoff. Dass dabei nicht die negative Polplatte stärker positiv polarisiert erscheint, sondern die positive, von einer negativen Oxydschicht bedeckte, ist nicht ohne Analogie, da oft der negative Körper mit Wasserstoff bedeckt, positiver wird, als der positive (z. B. Platin in der Gasbatterie mit Wasserstoff bekleidet, ist positiver als Kupfer³⁾). Jedenfalls aber zeigt der nun folgende Ausschlag, dass der schwarze Niederschlag negativ ist gegen Magnesium; die Negativität verschwindet mit dem Niederschlage. Der ganze Vorgang ist übrigens von der Schließung der secundären Batterie ganz unabhängig. Hat man den Batteriestrom geöffnet, und schlägt die Wippe erst nach einiger Zeit um, so ist der schwarze Draht sogleich negativ; wartet man mit dem Umschlagen der Wippe, bis der Ueberzug verschwunden ist, so findet man die beiden Drähte nahezu ohne elektrische Differenz. Man kann ähnliche Versuche auch mit anderen Leitungsfüssigkeiten anstellen; sie treten dann aber complicirter auf, und erlauben keine sicheren Schlüsse, weil sich an beiden Drähten Magnesiahydrat bilden kann, was in verdünnten Säuren nicht möglich ist.

Der nächstliegende Gedanke über die Beteiligung des Suboxyds an der Wasserstoffentwicklung war nun der,

1) Diese Annalen Bd. LXIII, S. 415 *.

2) Wiedemann, Lehre vom Galvanismus, Bd. I, S. 508 *.

3) Nach meinen Versuchen in diesen Annalen Bd. LXXVII, S. 504 *.

dafs der Strom nur zum Theil in der normalen Weise die Salze der Lösungen zerlege, zum Theil aber deren Wasser. Werden z. B. aus einer Kochsalzlösung an der Kathode mH entwickelt, an der Anode pH , so ist nach den mitgetheilten Versuchen die Menge des aufgelösten Magnesiums $= (m+p) Mg$. Zertheilt sich der Strom so, dafs er x Aequivalente Wasser zersetzt, so werden xO und $(m-x)Cl$ ausgeschieden. Die Letzteren verbinden sich mit $(m-x)Mg$ und lassen $(p+x)Mg$ übrig, welche mit xO ein Oxyd bilden. Nachdem diese Verbindung ganz zu Magnesia oxydiert ist, enthält sie $(p+x)MgO$. Wenn man diese Menge experimentell bestimmen kann, so ist auch x , also der Bruchtheil des Stroms bestimmt, welcher Wasser zersetzt. Ich untersuchte deshalb zuerst, ob die Quantität Magnesia, welche sich im Entstehungsmomente in einer chlormagnesiumhaltigen Kochsalzlösung beträchtlich ist: 0,067 Grm. Magnesiumdraht, die aequivalent sind 62,6 Cubikcentim. Wasserstoff, wurden so lange unter einer graduirten Röhre in einer schon oft zur Elektrolyse zwischen Magnesiumdrähten gebrauchten Kochsalzlösung gelassen, bis der ganze Draht zu einem weissen Schlamm zerfallen war. Die Flüssigkeit wurde vom Niederschlag abfiltrirt, dieser auf dem Filtrum ausgewaschen und in verdünnter Schwefelsäure gelöst. Nach dem Eindampfen der Lösung blieben 0,328 Grm. schwefelsaure Magnesia zurück, welche aequivalent sind 0,0656 Grm. Magnesia und 61,1 Cubikcent. Wasserstoff. Es waren 62,5 Cubikcentim. Gas entwickelt worden. Demnach war keine beträchtliche Menge Magnesia gelöst.

Nun wurde Kochsalzlösung zwischen Magnesiumelektroden zersetzt, und gewartet, bis der schwarze Niederschlag ganz in weises Pulver übergegangen war, das dann wie vorher behandelt wurde. In zwei Versuchen wurde erhalten:

Wasserstoff gefunden	Schwefels. Magnesia	Wasserstoff berechnet
39,9	0,209	39,06
25,9	0,132	24,7

Hier nach war die Menge der schwefelsauren Magnesia der des entwickelten Wasserstoffs aequivalent, d. h. $p+x = p$, also $x=0$. Es wird also der schwarze Niederschlag durch keinen Anteil des Stromes, sondern auf rein chemischem Wege erzeugt.

Trotzdem bedarf derselbe zu seiner Bildung der Beihilfe des Stromes. Ein reiner Magnesiumdraht in destillirtes Wasser gelegt, wird sehr schwach angegriffen, entwickelt aber etwas Wasserstoff und bedeckt sich mit einer sehr schwachen Haut von Magnesiahydrat, die dann den weiteren Angriff abhält. Es ist nicht zu bemerken, ob die Oxydation dabei durch die Stufe des Suboxyds hindurchgehe. Ebenso wird ein blanker Magnesiumdraht in verdünnten Säuren nicht geschrärzt, sondern bleibt, unter Wasserstoffentwicklung, blank. Berührt man ihn aber außerhalb der Flüssigkeit mit einem Platin draht, der gleichfalls in dieselbe eintaucht, so schärzt er sich; wird die Platinmagnesiumkette geöffnet, so löst sich der Ueberzug wieder. In einer Kochsalzlösung bleibt ein Magnesiumdraht lange blank; durch Berührung mit Platin wird er sogleich schwarz. Aber auch ohne dieselbe bedeckt er sich mit einigen schwarzen Flecken, von denen aus dann bald der ganze Draht seinen schwarzen Ueberzug annimmt. Von jetzt an entwickelt sich reichlich Wasserstoff an ihm. Die ersten schwarzen Flecke verdanken ihren Ursprung Localströmen, welche durch kleine Ungleichartigkeiten der Oberfläche entstehen; ist der erste schwarze Niederschlag eingetreten, so entstehen sofort Localströme grösserer Intensität. Aber diese zersetzen natürlich ebensowenig, wie die Ströme der Batterie das Wasser, sondern nur das Salz der Lösung, so dass die Rolle, welche der Strom überhaupt bei der Suboxydbildung spielt, keine andere seyn kann, als immer frische Metallflächen der Einwirkung des Wassers auszusetzen.

Die verschiedenen Erscheinungen, welche verschiedene Salzlösungen darbieten, sind nunmehr leicht verständlich. Das Suboxyd löst sich gleich bei seiner Entstehung unter

Wasserstoffentwicklung in Salmiaklösung, weil Magnesia in Ammoniaksalz überhaupt löslich ist. Es verwandelt sich in Kochsalzlösung, ohne sich zu lösen, in Magnesiahydrat, weil Chlor-magnesium mit Magnesia kein basisches Salz bildet. Es löst sich dagegen bis zu einem gewissen Grade unter Wasserstoffentwicklung in Bittersalzlösung, weil sich hier ein basisches Salz bildet. Wie es scheint wird gerade auf dieses basische Salz gebildet, wenn sich $H_- : H_+$ verhält wie 3:1, woraus man einen Schluss auf die Zusammensetzung dieses Salzes würde ziehen können, wenn die des Suboxyds bekannt wäre.

Wöhler und Buff haben den Grund der Wasserstoffentwicklung am positiven Aluminiumdraht in der leichten Auflöslichkeit des basischen Chlor-aluminums gefunden. Dieser Grund ist ganz gewiss ein richtiger, aber nicht der letzte. Von vorn herein ist zu vermuten, daß die Wasserstoffentwickelungen am Aluminium und am Magnesium dieselbe Ursache haben; dazu kommt noch, daß der positive Aluminiumdraht sich während der Elektrolyse ebenfalls schwärzt, und nach Beendigung derselben fortfährt, Wasserstoff zu entwickeln, wie der geschwärzte Magnesiumdraht, nur nicht so lebhaft. Die von Wöhler und Buff betrachteten Fälle der Elektrolyse geben alle eine Auflösung von basischem Chlor-aluminio, und es könnte den genannten Forschern auch nicht daran gelegen seyn, solche Fälle aufzusuchen, in denen es anders war, da für sie die Bildung des Siliciumwasserstoffs das Hauptinteresse hatte. Nimmt man aber statt einer concentrirten Kochsalzlösung eine verdünnte, so hört die vollkommene Löslichkeit der Thonerde auf, die Erscheinung bekommt mehr Ähnlichkeit mit der beim Magnesium beschriebenen. Der Draht schwärzt sich nicht vor, sondern die Flüssigkeit im ganzen Eudiometerrohr färbt sich grau; vom Drahte löst sich ein grauer Schlamm, und wenn die Elektrolyse unterbrochen wird steigen immer noch Blasen aus dem Schlamm auf. Ich habe denselben nie ganz weiß werden sehen. Wird er

auf dem Filtrum gewaschen und mit verdünnter Salzsäure übergossen, so löst er sich vollkommen; er hatte kein Silicium enthalten, oder doch nur sehr geringe Mengen, wie mein Aluminiumdraht selbst, der aus derselben Quelle stammte, wie der Magnesiumdraht. Die Lösung enthielt aber Eisen, das wohl die graue Farbe veranlaßt hatte. Die von Wöhler und Buff beobachtete Elektrolyse von concentrirter Kochsalzlösung zwischen Aluminiumdrähten entspricht also ganz der von mir beobachteten von Bittersalzlösung zwischen Magnesiundrähten, daher auch dort das nahezu constante Verhältnis von $H_- : H_+$. Die Elektrolyse verdünnter Kochsalzlösung gibt auch dieses Verhältnis nicht mehr, dagegen fand ich immer das aufgelöste Aluminium aequivalent $\frac{2}{3}$ der Summe des an beiden Polen entwickelten Wasserstoffs. Ich glaube deshalb, daß auch beim Aluminium die Bildung eines Suboxyds der Wasserstoffentwicklung vorangeht. Der Abscheidung dieses Suboxyds stellte sich ein eigenthümlicher Umstand in den Weg. Wegen der Löslichkeit des basischen Chlorids konnte weder aus verdünnter Kochsalzlösung, noch aus verdünnter Salzsäure eine große Ausbeute erhalten werden. In anderen Salzlösungen und in verdünnter Schwefelsäure aber findet gar keine Wasserstoffentwicklung statt, vielmehr ist dort der Vorgang der schon früher von Buff¹⁾ beschriebene. Der positive Aluminiumdraht überzieht sich mit einem dunklen Ueberzuge, der sowohl sehr elektronegativ, als sehr schlecht leitend ist, und dabei entwickelt sich eine kleine Menge Sauerstoff, kein Wasserstoff; der Strom aber wird so geschwächt, daß er der Null nahe kommt. Diesen Ueberzug erklärt Buff für Silicium. Die Bildung einer Siliciumdecke ist ohne Zweifel sehr denkbar, da unser Aluminium immer noch Silicium enthält. Ich habe aber einen Grund diese Decke nicht für Silicium zu halten: Schüttet man Silicium in eine unten durch Pergamentpapier verschlossene Glasröhre, taucht diese mit dem unteren Ende in verdünnte Schwefelsäure, und führt dann einen

1) Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. CII, S. 269*.

Aluminiumdraht in die Säure, einen anderen in das Silicium, so verhält sich dieses jedemal *positiv* gegen das Aluminium. Es kommt hierbei nicht darauf an, welcher von den Drähten früher eingetaucht wird, immer ist der in die Säure tauchende Aluminiumdraht der negative. Sollte der Strom wegen der geringen Leitungsfähigkeit des Siliciums sehr schwach erscheinen, so braucht man den Aluminiumdraht nur stark in das Silicium einzudrücken, um dessen Theile einander mehr zu nähern: ein Verfahren das ich schon früher bei pulverartigen Körpern benutzt habe¹⁾). Das Silicium, das ich anwandte, war krystallinisches. Amorphes stand mir gerade nicht zu Gebote, wohl aber das, sich ganz analog verhaltende, amorphe Bor. Es zeigte sich beim Eindrücken des Aluminiumdrahtes ebenfalls deutlich positiv. Der schlechteitende Ueberzug kann demnach nicht wohl Silicium seyn, ich halte ihn vielmehr für Aluminiumsuboxyd. Dieses Suboxyd ist dann jedenfalls ein sehr schlechter Leiter, es giebt deshalb auch nicht zum Entstehen von Localströmen Veranlassung, und löst sich nicht in verdünnten Säuren. Wenn es dagegen durch die Möglichkeit der Bildung basischer Salze zur weiteren Oxydation praedisponirt wird, so giebt es zu ganz denselben Erscheinungen Veranlassung, wie das Magnesiumsuboxyd, und darum war die, für den hier allein in Betracht kommenden Fall die von Wöhler und Buff gegebene Erklärung der anomalen Wasserstoffbildung die richtige.

Buff²⁾) hat von der Passivität der Metalle dieselbe Ansicht, die ich vertheidigt habe³⁾). Er sieht als Grund der Passivität eine schwerlösliche Oxyddecke oder eine vor weiterem Angriff schützende Sauerstoffschicht an. Die Bildung eines Suboxyds auf der Oberfläche eines Metalles, das bekanntlich die Eigenschaft der Passivität in hohem Grade besitzt, scheint mir einen neuen Beweis für die Haltbarkeit jener Ansicht zu liefern.

1) Diese Annalen Bd. CXL, S. 619.

2) Annalen d. Chemie und Pharmacie Bd. CII, S. 265 *.

3) Diese Annalen Bd. LXVII, S. 186 *.

Henrici hat bei seinen Versuchen über die Wirkung der Bewegung von Metalldrähten in Flüssigkeiten gefunden, daß sich das Aluminium ganz anders verhält, wie die übrigen Metalle. Um dieses anomale Verhalten zu erklären, sagt er¹⁾: »Dürfte man annehmen, daß das Aluminium mit einem leichten, ungelöst bleibenden Oxydanzfluge sich bekleidet, daneben aber von dem dabei frei gewordenen Wasserstoff eine negative Erregung erlitten habe, während der Oxydanzflug auf die von ihm bedeckte metallische Oberfläche überwiegend positiv erregend wirkte, so müßte allerdings der beobachtete Erfolg eingetreten seyn.« Ich glaube daß nach meinen Versuchen diese Annahme in der That gestattet ist.

Erlangen, im November 1865.

VI. Experimental-Untersuchungen über die volta-elektrische Induction; von Dr. H. Buff.

1. Obgleich die Theorie der Induction längst und mit grosser Vollständigkeit entwickelt und auf die Grundgesetze der Elektrodynamik zurückgeführt worden ist, so fehlt doch noch immer eine umfassende Vergleichung der Folgerungen aus dieser Theorie mit den Ergebnissen der Erfahrung. So sind meines Wissens die theoretisch abgeleiteten Inductions-Gesetze nur sehr unvollständig in dem Falle experimentell geprüft worden, wenn ein geschlossener Leiter einem elektrischen Strome von veränderlicher Stärke gegenübersteht.

In der That stößt eine derartige Untersuchung, wenn sie einigermaßen umfassend werden soll, sogleich auf sehr grosse, mit den üblichen Hülfsmitteln schwer zu lö-

1) Ann. Bd. 121, S. 496.

sende Hindernisse. Denn wählt man Leiter von geringer linearer Erstreckung, welche eine Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung in der einfachsten und anschaulichsten Weise gestatten würden, so sind die einzelnen Inductionswellen, welche man erhält, nicht stark genug, um sich mittelst eines Galvanometers hinreichend sicher messen zu lassen; dagegen wird die Experimental-Untersuchung sehr umständlich und verwickelt, sobald man zum Zwecke genügend scharfer Messungen grosser Durchmesser bedarf.

Vor Kurzem habe ich gelegentlich einer Untersuchung über die in Eisenstäben durch den elektrischen Strom erzeugten Töne auf einen kleinen Apparat aufmerksam gemacht¹⁾, der geeignet ist eine Reihe gleichgerichteter Inductionsströme, jeden mit seiner vollen Stärke, zu sammeln und dadurch ihre Einwirkung auf die Galvanometernadel in ziemlich grossem Umfange zu vervielfachen. Dieser Apparat besteht im Wesentlichen aus zwei Rädern von Messing, die, sorgfältig von einander isolirt, auf derselben horizontalen Axe sitzen; ihre Umfänge sind gezackt und die dadurch entstandenen Vertiefungen mit Ebenholz ausgefüllt. Wird nun das eine dieser Räder als Unterbrecher des Hauptstroms benutzt, während das andere, ein Verbindungsglied der Nebenleitung bildend, so gestellt ist, dass die Uebergänge von Metall zu Ebenholz an seinem Umfange mit den ähnlichen Uebergängen am Umfange des anderen Rades nicht zusammentreffen, so können in Folge der gleichzeitigen Umdrehung beider Räder, je nach der Richtung der Drehung immer nur die Inductionsströme bei der Schliessung des Hauptstroms oder nur die Oeffnungsströme zu Stande kommen. Jedes Rad hat acht Zacken. Durch jede volle Umdrehung werden daher acht gleichgerichtete Inductionsströme gesondert und können in rascher Folge durch die Windungen eines Galvanometers geleitet werden.

Durch Benutzung dieser Geräthschaft, die mit Bezie-

1) Annalen der Chemie und Pharmacie, Supplementband III, S. 149.

hung auf ihren besonderen Zweck den Namen »Analysator« führen mag, gelingt es leicht die inducirende Wirkung elektrischer Ströme von weniger als 1 Meter Länge mit derjenigen Genauigkeit zu messen, welche astatische Nadeln überhaupt erlauben; d. h. mit einer Genauigkeit, die wenn auch nicht ausreichend, um den Werth einer Fundamental-Constante mit ganzer Schärfe festzustellen, doch genügend ist, das Gesetzliche in eintretenden Veränderungen zur Erkenntniß zu bringen.

Auf diese Weise ist ein Hülfsmittel gegeben, um eine Reihe interessanter Fragen, welche sich auf die Abhängigkeit inducierter Ströme von der Beschaffenheit des Hauptstromes und seiner Leitung, auf die Beschaffenheit der Nebenleitung, sowie auf den Abstand beider Leitungen und ihrer gegenseitigen Lage beziehen, auf experimentellem Wege zu beantworten.

Der zur Erreichung dieses Zweckes von mir angeordnete Inductionsapparat bestand aus zweien durch Drähte gebildeten Vierecken $ABCD$ und $abcd$ (Fig. 1 Taf. II), deren Ebenen rechtwinklig zu einander standen. In der Figur soll $abcd$ die inducirende, $ABCD$ die inducire Leitung vorstellen. Der geradlinige Stromleiter ab aus Kupferdraht, von veränderlicher Länge und 2,8 Millimeter Dicke war bei a und b rechtwinklich umgebogen und führte durch die geradlinigen Zu- und Ableitungsdrähte ad und bc von 158 Centim. Länge zu einem bei c aufgestellten Commutator und durch diesen zu einer galvanischen Kette. Bei c befand sich eine Unterbrechungsstelle, von welcher aus zwei verflochtene, aber von einander isolierte Drähte die Verbindung mit dem einen Rade des Analysators herstellten.

Der Inductionsdrat hatte die Gestalt eines großen, rechtwinklichen, senkrecht stehenden Vierecks, dessen Höhe AD 2,82 Meter und dessen Länge AB 4 Meter betrug. Die Seite CD desselben war an der Decke des Zimmers, die Seite AB auf einem wagerechten Brett befestigt. Auf einem in dieses Brett eingelassenen Schieber war der Strom-

leiter *abcd* so festgeklemmt, daß die beiden Drähte *AB* und *ab*, ohne im Geringsten vom Parallelismus abzuweichen, leicht und sicher in verschiedene Abstände gebracht werden konnten. Die Drahtlinie *AB* hatte zwei Unterbrechungstellen bei *B* und *E*. Von der einen bei *E* führten zwei verflochtene, aber von einander isolirte Drähte zu dem zweiten Rade des Analysators, während die andere bei *B* die Verbindung mit dem Multiplicatorgewinde des Galvanometers vermittelte.

Das Galvanometer, in 2 Meter kürzestem Abstand von dem Vierecke *abcd* aufgestellt, trug eine astatische Doppelnadel, welche sich von den gewöhnlich angewendeten astatischen Systemen durch grössere Dicke und magnetische Kraft der einzelnen Nadeln unterschied.

Bei dieser Anordnung ließ sich eine ziemlich grosse Empfindlichkeit erzielen, ohne daß man genötigt war die Doppelnadel gegen den Einfluß des Erdmagnetismus aufs Aeußerste abzustumpfen. Denn die Empfindlichkeit eines Galvanometers mit Doppelnadel hängt in gleichem Maafse von dem magnetischen Momente der inneren Nadel, wie von der Feinheit ihres astatischen Systems ab. Kann aber von dem letzteren, unbeschadet der nothwendigen Empfindlichkeit etwas geopfert werden, so wird die Nadel unabhängiger von zufälligen äussern Einwirkungen, z. B. den durch Temperaturwechsel herbeigeführten Luftbewegungen; ihre Schwingungen werden gleichmässiger und sicherer und der Zeicher wird, nach Unterbrechung der Stromwirkung, regelmässig auf denselben Punkt zurückkehren; so lange wenigstens als die äusseren magnetischen Einflüsse keine sehr merklichen Äenderungen erfahren. Als Zeicher diente ein auf der oberen Nadel befestigter Glasfaden von 15 Centimeter Länge, welchem ein Theilkreis von entsprechendem Durchmesser angehörte. Letzterer lag in bekannter Weise auf einer Spiegelfläche. Ungefähr zwei Centimeter darüber befand sich eine Glasplatte zum Schutz gegen Staub und Luftzug. Dieselbe hatte in der Mitte eine Oeffnung über der sich ein Glasrohr von

2 Cent.
In der
nieder
an der
staltet
mens,
ten kl
diese
nach
sion
D
gung.
weil
dicker
stand
reiner
draht
zeigte
kung
darübr
gung
Erhe
stück
den
der
man
punk
beide
bewi
Vers
dreh
sem
Kett
rung
rige
nahm

2 Centim. Weite und 15 Centim. Länge senkrecht erhob. In der Mitte dieses Rohrs, in bekannter Weise auf und nieder verschiebbar, hing ein Bündel von fünf Coconfäden, an dessen unterem Ende ein Haken befestigt war, so gestaltet, daß er sich in einen am oberen Ende des Rahmens, in welchen die Nadeln eingefügt waren, angebrachten kleinen Ring sehr leicht ein- und ausrücken ließ. Durch diese Vorkehrung hatte man es ganz in der Gewalt die nach der einen oder andern Seite etwa überwiegende Torsion des Fadens zu verneiden.

Das Nadelpaar bedurfte 25 Sekunden zu einer Schwingung. Gleichwohl kam dasselbe bald wieder zur Ruhe, weil die Spule, welche das Multiplicatorgewinde trug, aus dicken Kupferplatten gebildet war. Der Multiplicator bestand aus 432 Windungen eines 2^{mm} dicken Drahts von reinem Kupfer. Wenn dieses Gewinde mit dem Inductionsdrähte zu einem leitenden Kreise geschlossen wurde, so zeigte die Nadel fast immer eine kleine, bleibende Ablenkung; zuweilen im Betrage bis zu einem Grade und selbst darüber. Es war dies die Folge thermoelektrischer Erregungen, die bei der großen Ausdehnung und ungleichen Erhebung des Inductionsrathes und seiner Verbindungsstücke, zumal in geheiztem Zimmersaum nicht ganz vermieden werden konnten. Ein Einfluß derselben auf das Maaf der Inductionsströme wurde dadurch ausgeschlossen, daß man Messungen abwechselnd rechts und links vom Nullpunkte des Theilkreises aufeinander folgen ließ und von beiden das Mittel nahm. Es konnte dies entweder dadurch bewirkt werden, daß man den Analysator bei dem einen Versuche vorwärts bei dem andern eben so oft rückwärts drehte, oder auch mit Hilfe des Commutators, der zu diesem Zwecke in den Schließungsbogen der galvanischen Kette eingeschaltet war. Meistens wurden beide Verfahrensweisen angewendet, wodurch je vier zusammengehörige Ablesungen entstanden, aus welchen man das Mittel nahm.

Um vergleichbare Ausdrücke für die Stärke verschiede-

ner Inductionsströme zu gewinnen, wählte ich die zuerst von Lenz¹⁾ empfohlene Methode. Der jedesmalige erste Ausschlag der Nadel wurde notirt, dann der Sinus des halben Ablenkungshogens als Maass für die Größe der in Bewegung gesetzten elektrischen Masse genommen. Der letzteren wurde die *inducirte elektromotorische Kraft* proportional gesetzt.

Diese Methode stützt sich allerdings auf die Voraussetzung, nicht nur dass der Leitungswiderstand der Drahtverbindung, in welcher die Induction stattfand, durch eine ganze Reihe zusammengehöriger Versuche unverändert blieb, sondern auch dass der Stoss oder die Stösse, welche die Nadel ablenken sollten, bereits aufgehört hatten einzuwirken, wenn die Nadel ihre Bewegung begann. Nun konnte zwar der einen dieser Bedingungen leicht und in aller Strenge genügt werden; aber nicht in gleichem Grade war es für die andere der Fall. Da jedoch die Nadel, wie beweist, sich sehr langsam bewegte, dagegen eine volle Umdrehung des Analysators, d. h. die Erzeugung von acht aufeinander folgenden Stösse kaum mehr als eine Sekunde in Anspruch nahm, so war ein Fehler von Bedeutung, herbeigeführt durch die unvollkommene Erfüllung der zweiten Bedingung, nicht sehr zu befürchten.

Gleichwohl schien es nützlich, diese Voraussetzung einer experimentellen Prüfung zu unterwerfen, zu welcher der bekannte Erfahrungssatz, dass die durch Induction erzeugte elektromotorische Kraft der Stärke des inducirenden Stroms proportional ist, ein sehr gutes Hilfsmittel bot. In den Schließungsbögen einer galvanischen Kette, welche nur aus einem Bunsen'schen Paare bestand, wurde zu diesem Beufe neben dem Commutator ein Stromregulator und eine Tangentenbusssole eingeschaltet. Diese war im Wesentlichen nach der von W. Weber bereits im Jahre 1842²⁾ empfohlenen Einrichtung ausgeführt, bestand also aus einem einzigen, starken, einen vollständigen Kreis bildenden Kup-

1) Pogg. Annalen Bd. 34, S. 385.

2) Pogg. Annalen Bd. 55, S. 27.

ferringe, in dessen Mittelpunkt die kleine Magnetnadel auf einer Stahlspitze schwiebte. Der Ring hatte 40 Centimeter Durchmesser. Die Nadel war ein Stab aus glashartem Stahl 2,5 Centimeter lang, 5^{mm} breit und 2^{mm} hoch. Bei diesen Dimensionen würde sie wegen ihres nicht unbeträchtlichen Gewichtes eine bedeutende Reibung auf ihrer Unterlage bewirkt haben. Dies zu verhindern war sie an einen Con-faden aufgehängt, den man so weit spannte, dass er das Gewicht von der Spitze ganz oder beinahe ganz wegnahm, so dass letztere eigentlich nur diente die Axenstellung der schwingenden Nadel zu sichern. Bei dieser Aufhängungsweise und vermöge ihres grossen Momentes zeigte die Nadel kräftige, von einem Einflusse der Reibung nicht merklich gestörte Schwingungen, deren Fortdauer nur durch eine von der Bodenplatte der Bussole ausgehende starke Dämpfung gemässigt wurde. Ein Glasfaden, der die Nadel in der Mitte winkelrecht mit ihrer Längenrichtung durchkreuzte, hatte die Bestimmung an einem Theilkreise von 15 Centimeter Durchmesser die Ablenkungen zu messen. Da der Theilkreis über einem Spiegel lag und in halbe Grade getheilt war, so ließen sich die Zehntel eines Grades mit Sicherheit messen.

Um bei der geringen Stärke des angewendeten Elektromotors dennoch hinlänglich kräftige Inductionströme erzeugen zu können, wurden noch in den Inductionsapparat zwei flache Spiralen eingeschaltet, die eine in den Hauptsdraht, die andere in die Nebenleitung, die eine in mässigem Abstande senkrecht über der anderen angebracht.

In der folgenden Tabelle bedeutet α den an der Tangentenbussole gemessenen Ablenkungsbogen und zwar das arithmetische Mittel der Ablenkungen rechts und links. Dieser Mittelwerth wurde jedesmal vor und wieder nach den Ablesungen an dem astatischen Galvanometer bestimmt. Nur solche Versuche wurden als brauchbar anerkannt, bei welchen beide Mittelwerthe übereinstimmten. Es bedeutet ferner β das Mittel der Ablenkungen rechts und links von

der Ruhelage der astatischen Nadel, jede dieser Ablenkungen bewirkt durch eine Umdrehung des Analysators.

Tafel I.

α°	β°	$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \beta/2}$	β° berechnet	dd
7,40	7,10	2,0975	7° 12'	+ 6
9,45	9,30	2,0532	9 14	- 4
14,95	15,00	2,0466	14 50	- 10
19,875	20,05	2,0720	20 8	+ 5
24,95	25,70	2,0920	26 0	+ 18
30,50	33,50	2,0440	33 6	- 24
			2,0674.	

Den berechneten Ablenkungsbögen (β) liegt, wie bemerkte, die Annahme zu Grunde, dass die inducirte elektromotorische Kraft der Stromstärke proportional sey.

Die Vergleichung der beobachteten und berechneten Werthe von β lässt erkennen, dass die Unterschiede beider Zahlenreihen nur auf Beobachtungsfehlern beruhen. Letztere überstiegen übrigens kaum die Gränze von 1 Proc. der gemessenen Ablenkungsbögen.

In der folgenden Versuchsreihe waren die Räder des Analysators je dreimal herumgedreht worden. Es hatten also in rascher Folge 24 gleichgerichtete Inductionsstöße auf das astatische Nadelpaar eingewirkt. Um die Stärke der dadurch bewirkten Ablenkungen zu mässigen, musste der Abstand der beiden flachen Spiralen von einander vergrössert werden.

Tafel II.

α°	β°	$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \beta/2}$	β° berechnet	dd
5° 40'	9,67	1,1220	9° 41'	+ 1
9,95	17,85	1,1307	18 2	+ 11
15,03	28,05	1,1080	27 46	- 17
18,10	34,10	1,1147	33 58	- 8
			1,1188.	

Auch bei diesen Versuchen übersteigen die Differenzen die Höhe von 1 Proc. der beobachteten Ablenkungsbögen

selbst
chend
Sie für
dem I
sators
geleite
tional
wegun
hung
dige
Die
aus d
gulat
gen d
suchs
einer
nicht
der D
dafs u
Schw
einige
Appa
bald
bis v
einem
2.
ten e
von 1
B
und c
in 1
Appa
abwe
AB
gen
gleich
den.
Pog

selbst im äussersten Falle nur wenig. Aehnliche vergleichende Versuche sind in grosser Zahl wiederholt worden. Sie führten, wie die beispielsweise hier aufgezeichneten zu dem Resultate, dass bis zu drei Umdrehungen des Analy-sators die aus den Ablenkungen der astatischen Nadel abgeleiteten Inductions-wirkungen den Stromkräften proportional blieben. Eine gewisse Gleichförmigkeit in der Bewegung des Analysators, nicht rascher als etwa eine Drehung auf die Sekunde zeigte sich allerdings als nothwendige Bedingung.

Die beiden flachen Spiralen wurden nunmehr wieder aus dem Inductionsapparate entfernt; ebenso der Stromregulator und die Tangentenbussole aus dem Schließungsbogen der galvanischen Kette; denn bei allen folgenden Versuchsreihen wurden die Stärken des während der Dauer einer Versuchsreihe als constant betrachteten Hauptstroms nicht weiter direct bestimmt. Die Beständigkeit während der Dauer der Versuche wurde dadurch möglichst gesichert, dass man die Kette jedesmal mit frischer Salpetersäure und Schwefelsäure ansetzte und die endgültigen Versuche erst einige Zeit nach der Zusammenstellung und Prüfung des Apparates beginnen liess. Die Kette bestand bald aus einem bald aus zwei Bunse'schen Paaren, meistens jedoch zwei bis vier Becher gewöhnlicher Grösse, neben einander zu einem Paare verbunden.

2. Einfluss der veränderlichen Länge eines geradlinigten elektrischen Stroms auf eine geradlinigte Nebenleitung von unbegränzter Länge.

Bei den folgenden Versuchen standen die Drähte *AB* und *ab* (Fig. 1 Taf. II) gleichlaufend, von Mitte zu Mitte in 1 Centimeter Abstand (dem geringsten, welchen der Apparat zulies) einander gegenüber. Der Draht *ab* hatte abwechselnd 60 und 30 Centimeter Länge, während die von *AB* 400 Centimeter betrug. Mit Rücksicht auf den geringen Abstand beider Drähte konnte demnach *AB* im Vergleiche zu *ab* als von unbegränzter Länge betrachtet werden. Die inducirende Einwirkung des anschwellenden oder

verschwindende Stroms in ab auf die Seiten AD und BC sowie auf CD konnte mit Rücksicht auf die (vergleichungsweise) sehr weite Entfernung dieser Drähte unbeachtet bleiben. Aus demselben Grunde durfte die Wirkung von dc auf das ganze Viereck $ABCD$ unbeachtet gelassen werden.

Die Wirkungen der Stromänderungen in bc und ad auf die Nebenleitung, weil sie einander entgegengesetzt waren und wegen der Symmetrie der Stellung, hoben einander vollständig auf. Als wesentlich in Betracht kam also nur die Induction der Stromlinie ab auf den nahe liegenden, gleichlaufenden Leiter AB .

Für je drei Umdrehungen des Analysators wurden die in der folgenden Tafel zusammengestellten Resultate erhalten.

Tafel III.

t	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	Mittelwerthe
60	32,75	0,28192	0,28109
30	16,15	0,14047	0,14112
30	16,30	0,14177	
60	32,55	0,28025	

Die Inductionsarbeit eines zunehmenden oder abnehmenden galvanischen Stroms auf einen benachbarten Stromleiter verhält sich wie die Stromänderung und wie die Summe der aus gleicher relativer Lage wirkenden Stromelemente.

3. Einfluss der Dicke und natürlichen Beschaffenheit einer geradlinigen Nebenleitung von unbegränzter Länge auf die Größe der in derselben inducirten elektromotorischen Kraft.

Obgleich man annimmt, dass die in einem Leiter inducire elektromotorische Kraft von dessen Dicke und sonstiger Beschaffenheit unabhängig sey, so ist doch die unbedingte Richtigkeit dieses Satzes, so weit mir bekannt, bisher auf experimentellem Wege nicht dargethan worden.

Um seine Geltung zunächst für gleichartige Drähte von ungleicher Dicke zu prüfen, wurden zwei gerade Kupfer-

drähte j
andere
benleitu
andere
60 Cen
gleichla
stand d
den Fäll
dicke a
unmitte
vortret
im ers
Falle v

In
2**8
die N
andern
folgen
Abstan

D
ten u
tungs
D
zeug
ganz
Besch
genus
Leiter
Silbo
gend
der

drähte je von 180 Centimeter Länge, der eine von 2,8, der andere von 1,5 Millimeter Dicke, hintereinander in die Nebenleitung eingeschlossen, dann abwechselnd der eine und andere dem inducirenden Einfluss einer Stromlinie von 60 Centimeter Länge, bei 5 Centimeter Abstand beider gleichlaufender Leitungen unterworfen. Der Leitungswiderstand der Nebenleitung blieb bei dieser Anordnung in beiden Fällen unverändert. Ein etwaiger Einfluss der Drahtdicke auf die erzeugte elektromotorische Kraft müßte also unmittelbar durch die Wirkung auf das Galvanometer hervortreten. Drei Umdrehungen des Analysators lieferten im ersten Falle eine Ablenkung von $19^{\circ}90$, im zweiten Falle von $19^{\circ}95$.

In ähnlicher Weise wurde hierauf der Kupferdraht von $2^{m}8$ Dicke mit einem Neusilberdraht von 2^{m} Dicke in die Nebenleitung eingeschaltet, dann der eine nach dem andern der inducirenden Einwirkung ausgesetzt. In der folgenden Zusammenstellung bedeutet r in Centimetern den Abstand des inducirenden von dem inducirtenden Drahte.

	r	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$
Kupferdraht	1	28,95	0,24991
	6	18,35	0,15945
Neusilberdraht	1	29,05	0,25080
	6	18,20	0,15816

Die Unterschiede übersteigen nicht 7 bis 9 Bogenminuten und fallen also zwischen die Gränzen der Beobachtungsfehler.

Die Größe der in einem Körper durch Induction erzeugten elektrischen Ausscheidungskraft scheint demnach ganz unabhängig von der chemischen Natur und sonstigen Beschaffenheit desselben zu seyn; sie scheint unter übrigens gleicher Einwirkung von Außen in dem schlechtesten Leiter mit gleicher Stärke auftreten zu müssen wie in einem Silber- oder Kupferdraht. Die Stärke des dadurch erfolgenden Inductionsstroms ist natürlich abhängig von dem in der Nebenleitung vorhandenen Widerstände und läßt sich

gleich wie bei den beständigen elektrischen Strömen nach dem Ohm'schen Gesetze bestimmen.

An der Unterbrechungsstelle *B* des Vierecks *ABCD* (Fig. 1 Taf. II) konnte ein Gewinde von Neusilberdraht so eingeschaltet werden, dass der Widerstand der Nebenleitung bedeutend verändert wurde, ohne dass doch gleichzeitig die Grösse der inducirenden Kraft eine merkliche Aenderung erfuhr. Der benutzte Neusilberdraht hatte 1,5 Millimeter Dicke und war in zwei Abtheilungen, je zu 8 Windungen (jede von 75 Centimeter Länge) aufgewickelt, so dass die Nebenleitung für sich oder auch mit Einschluss von 8 oder auch von 16 Windungen, immer durch denselben galvanischen Strom inducirt werden konnte. Dabei befanden sich die Drähte *AB* (Fig. 1 Taf. II) der Nebenleitung und *ab* der Hauptleitung, abwechselnd in 1 und in 10 Centimeter Abstand von einander. Fünf Bunsen'sche Becher zu einem Paare geordnet, erzeugten den Strom.

In der folgenden Zusammenstellung bezeichnet *r* den winkelrechten Abstand der beiden parallelen Drähte *AB* und *ab*; *w* die Anzahl der in die Nebenleitung eingeschalteten Windungen Neusilberdraht. Jede Ablenkung entsprach drei Umdrehungen des Analysators. Die Werthe β sind allemal die Mittel von 4 Ablesungen.

Tafel IV.

<i>r</i>	<i>w</i>	β^0	$\sin \frac{\beta}{2}$	β	berechnet	<i>dd</i>
1	0	24°,45	0,21175	24° 20'	— 7'	
1	8	12,25	0,10669	12 14,5	— 0,5	
1	16	8,1	0,07063	8 11	+ 5	
10	0	12,575	0,10951	12 36	+ 1,5	
10	8	6,45	0,05625	6 22	— 5	
10	16	4,225	0,03685	4 16	+ 3	

Den berechneten Ablenkungsbögen liegt die Formel $\sin \frac{\beta}{2} = \frac{K}{l+w}$ zu Grunde, in welcher *l* den Leitungswiderstand der Nebenleitung nach Ausschluss der Windungen

von Neusilberdraht bedeutet. Die drei ersten Versuche führten zu dem Werthe $l = 8,13$, die drei letzten zu dem Werthe $l = 8,27$. Aus dem Mittel beider Zahlen, $l = 8,20$ wurde dann für $r = 1$ die inducirete elektromotorische Kraft $K = 1,728$, und für $r = 10$ die Kraft $K = 0,900$ abgeleitet.

Im Hinblicke auf die Art der Abhängigkeit, in welcher die Wechselwirkung elektrischer Ströme von der Entfernung steht, könnte man zu der Vermuthung hinneigen, dass die von einem geradlinigten Strome von geringer Länge in einem damit gleichlaufenden sehr langen Leiter inducirete Kraft, dem Abstande beider Leiter umgekehrt proportional seyn müsse. Die Abnahme bei zunehmender Entfernung muss jedoch, wie man aus den vorstehenden Versuchen erkennt, eine viel langsamere seyn, indem sie bei dem 10fachen Abstande nur ungefähr die Hälfte beträgt.

5. Einfluss des winkelrechten Abstandes zweier geraden, gleichlaufenden Drähte, deren einer eine begränzte Länge, der andere eine unbegränzte Länge hat, auf die Grösse der elektromotorischen Kraft, welche ein den erstenen durchfließender veränderlicher Strom in dem zweiten inducirt.

Mittelst der beschriebenen Schieber-Vorrichtung konnten die beiden Drähte AB und ab (Fig. 1 Taf. II), ohne vom Parallelismus abzuweichen, auf verschiedene genau messbare Abstände gebracht werden, deren Werthe jedesmal von Mitte zu Mitte der Drähte in Rechnung kamen. Bei der ersten der fünf folgenden Versuchsreihen wurde nur eine Umdrehung des Analysators angewendet. Acht Bunsen'sche Elemente zu zwei Paaren geordnet, lieferten den Strom. Um dann auch den Einfluss gröfserer Abstände beurtheilen zu können, benutzt man bei der zweiten Versuchsreihe drei Umdrehungen. Fünf Elemente zu einem Paare geordnet, genügten in diesem Falle zur Hervorbringung einer hinlänglich starken Induction.

Die mit r überschriebene erste Spalte der Tafeln bezeichnet wieder den winkelrechten Abstand der Drähte AB und ab . Die zweite Spalte gibt unter β^o die beobachteten ersten Ablenkungsbögen der Galvanometernadel.

Dieselben sind stets die Mittelzahlen aus den Ablesungen rechts und links vom Nullpunkte des Theilkreises. Ein Paar solcher Ablesungen wurde durch Vorwärts- und Rückwärtsdrehen des Analysators gewonnen; ein zweites Paar ebenso, jedoch nach Umkehrung des Stroms.

Tafel V.

r	β^o	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
1	11,85	0,10322	12°	+ 9'
2	10,50	0,09150	10 18'	- 12
3	9,45	0,08237	9 15	- 12
4	8,50	0,07411	8 32	+ 2
5	7,95	0,06932	7 58	+ 1
6	7,50	0,06540	7 31	+ 1
8	6,95	0,06061	6 48	- 9
10	5,95	0,05190	6 14	+ 17
1	11,95	0,10409	12 0	+ 3

Tafel VI.

r	β^o	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
24	11,8	0,10279	11° 47'	- 1'
16	14,575	0,12706	14 35	+ 0,5
12	16,500	0,14349	16 35	+ 5
8	19,500	0,16935	19 24	- 5
6	21,328	0,18500	21 24	+ 4,5
4	24,400	0,21132	24 14	- 10
2	28,900	0,24954	29 7	+ 13

Die Zahlen der dritten Spalte in beiden Reihen zeigen das Verhältnis der Abnahme der induciren Kraft bei zunehmendem Abstande. Diese Zahlen bilden eine sehr langsam fallende Reihe, deren Gesetz durch eine Gleichung von der Gestalt:

$$q = Q - A \log r$$

befriedigend ausgedrückt werden kann. Es bedeutet in dieser Gleichung Q den Werth von $\sin \frac{\beta}{2}$ für den Abstand

$r = 1$ Centimeter; ferner A eine aus den Versuchen abzuleitende Constante und r denjenigen Abstand, welchem der Werth q oder $\sin \frac{\beta}{2}$ angehört.

Die berechneten Ablenkungsbögen (β) sind für die eine Versuchsreihe aus der Gleichung:

$$q = 0,10460 - 0,05021 \log r$$

und für die andere aus der Gleichung:

$$q = 0,29289 - 0,13780 \log r$$

abgeleitet worden.

Die Unterschiede der direct gemessenen und der berechneten Ablenkungen halten sich innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler.

Die Grösse der inducirten Kraft, welche ein gerader Strom ab (Fig. 1 Taf. II) von begrenzter Länge in dem Leiter AB von unbegränzter Länge bei unverändertem Abstande r entfalten kann, steht bekanntlich im zusammengesetzten Verhältnisse der Länge ab und der veränderten Stärke i des Stromes. Da dieses Gesetz für jeden Abstand r mit gleichem Rechte Geltung hat, so folgt, dass in der Formel $q = Q - A \log r$ das Verhältniss $\frac{A}{Q}$ ein constantes seyn muss; d. h. beide Constanten sind in gleicher Weise von der Länge ab und von der veränderten Stromstärke abhängig.

Aus der ersten Versuchsreihe findet man $\frac{A}{Q} = 0,480$, aus der zweiten $\frac{A}{Q} = 0,472$.

Um dem wahren Werthe dieses Quotienten so nahe wie möglich zu kommen, sind noch die folgenden drei Versuchsreihen unter der Einwirkung sehr ungleicher inducirender Kräfte ausgeführt worden.

Tafel VII.**Ein Bunsen'sches Element; drei Umdrehungen des Analysators.**

r	β^0	$\sin \frac{\beta}{2}$	β berechnet	dd
1	10,75	0,09367	10° 51'	+ 6
2	9,225	0,08041	9 16,5	+ 3
3	8,35	0,07280	8 21,5	+ 0,5
4	7,65	0,06670	7 42,5	+ 3,5
5	7,10	0,06192	7 11	+ 5
6	6,65	0,05799	6 47,5	+ 8,5
1	10,85	0,09454	10 51,5	0

$$\text{Gleichung } q = 0,09454 - 0,04538 \log r$$

$$\text{Verhältnis } \frac{A}{Q} = 0,480.$$

Tafel VIII.
Drei Bunsen'sche Elemente zu einem Paare geordnet. Drei Umdrehungen des Analysators.

r	β^0	$\sin \frac{\beta}{2}$	β berechnet	dd
1	22,4	0,19423	22° 21'	- 3
2	19,2	0,16677	19 1	- 11
3	17,0	0,14781	17 4,5	+ 4,5
4	15,75	0,13701	15 42	- 3
5	14,5	0,12620	14 39	+ 9
6	13,75	0,11970	13 46	+ 1
8	12,2	0,10626	12 24	+ 12
9	11,875	0,10344	11 50,5	- 2

$$\text{Gleichung } q = 0,19380 - 0,09496 \log r$$

$$\text{Verhältnis } \frac{A}{Q} = 0,490.$$

Tafel IX.

Fünf Elemente zu einem Paare geordnet. Drei Umdrehungen
des Analysators.

r	β^0	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
1	28,890	0,24945	29° 6',5	+ 13'
2	25,175	0,21793	24 52,5	- 18
4	20,75	0,18009	20 40,5	- 4,5
8	16,30	0,14177	16 30	+ 12
16	12,30	0,10713	12 21	+ 3
20	11,25	0,09801	11 1	- 14
24	10,00	0,08716	9 56	- 4

Gleichung $q = 0,25132 - 0,11938 \log r$

$$\text{Verhältnis } \frac{A}{Q} = 0,475.$$

Als Mittelwerth, aus den fünf Versuchsreihen abgeleitet, findet man $\frac{A}{Q} = 0,479$. Es ist folglich:

$$q = Q(1 - 0,479 \log r);$$

Gleichung, in welcher r den Abstand beider Drähte in Centimetern ausdrückt, und Q die relative Grösse der inducirten elektromotorischen Kraft für den Abstand von 1 Centimeter bezeichnet.

Wird diese Gleichung Beispielsweise auf die in Tafel VIII enthaltenen Beobachtungs-Resultate angewendet, und werden dabei Alle in gleicher Weise berücksichtigt, so findet man als Mittelwerth $Q = 0,19140$, und den entsprechenden Ablenkungsbogen $\beta^0 = 22^{\circ} 4'$; eine Zahl die von der unmittelbar beobachteten um 20 Bogen-Minuten abweicht, d. h. keine Verschiedenheit zeigt, welche die Gränzen der Beobachtungsfehler überschreitet.

6. Die Gleichung $q = Q(1 - \alpha \log r)$, welche aus den mitgetheilten Versuchen als ein Ergebniss der Erfahrung hervorging, lässt sich nun in der That auf die Ampère'sche elektrodynamische Theorie zurückführen. Freilich nicht unmittelbar, denn diese Theorie gibt nur den Gesetzes Ausdruck über Grösse und Richtung der wechselseitigen

Einwirkung zweier bereits vorhandener und dauernder elektrischer Ströme. Die Zurückführung gelingt aber mittelst eines Zusatzes, der die Bedeutung der Zunahme oder Abnahme der Stromstärke während des Vorgangs der Induction in Rechnung zieht. Ich habe hierbei den folgenden Weg eingeschlagen.

Das Ampère'sche Gesetz bezieht sich, wie man weiß, auf die wechselseitige Einwirkung zweier Stromelemente, deren Stärke und Lage gegeben und bleibend ist. Den aus ihrer gegenseitigen Anziehung und Abstoßung hervorgehenden Druck setzt es dem Producte ihrer Größen oder Stromstärken direct und dem Quadrate ihrer Entfernung von einander umgekehrt proportional; jedoch für gleiche Größen und Stromstärken, und für gleiche Entfernung verschieden, je nach ihrer gegenseitigen Lage. Diese Beziehungen der Lage sind vollständig in den folgenden drei Sätzen enthalten.

Zwei parallele Stromelemente, welche auf ihrer geraden Verbindungslinie winkelrecht stehen, ziehen einander an oder stoßen sich ab, je nachdem sie nach gleicher oder entgegengesetzter Richtung fließen.

Zwei Stromelemente, deren Richtung mit der ihrer geraden Verbindungslinie zusammenfällt, stoßen sich ab oder ziehen einander an, je nachdem sie in gleichem Sinne oder einander entgegen laufen. Beides, Abstoßung wie Anziehung ist aber in diesem Falle nur halb so groß, als im vorhergehenden Falle.

Zwei Stromelemente endlich, welche sowohl auf ihrer geraden Verbindungslinie wie gegen einander winkelrecht stehen, oder von welchen das eine in die Verbindungslinie fällt, das andere winkelrecht darauf steht, sind wirkungslos gegen einander.

Diese Sätze, mit Berücksichtigung bekannter Thatsachen auf die Inductionserscheinungen ausgedehnt, bedürfen einer in mehreren Punkten veränderten Ausdrucksweise; etwa in folgender Art.

Die inducirende oder elektromotorische Ausscheidungs-

kraft (das thatsächlich vorhandene Streben die beiden im Gleichgewichte befindlichen Fluida eines Leiters nach entgegengesetzten Richtungen zu treiben), welche ein Stromelement gegen ein Massenelement eines benachbarten Leiters ausübt, verhält sich direct wie die Zunahme oder wie die Abnahme der Stromstärke, ferner direct wie das Product der Größen (Längen) beider Elemente und umgekehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung von einander.

Wenn beide Elemente in derselben Ebene liegen und ihre gerade Verbindungslinie winkelrecht durchschneiden, so wird in dem Element des Leiters ein Strom erregt, der entgegengesetzte oder gleiche Richtung mit dem Hauptstrome hat, je nachdem die Veränderung des letzteren einer Zunahme oder einer Abnahme entsprach.

Wenn die Längenrichtung beider Elemente mit derjenigen ihrer geraden Verbindungslinie zusammenfällt, so wird in dem Element des Leiters ein Strom erregt, der in entgegengesetztem oder in gleichem Sinne mit dem inducirenden Strome fliesst, je nachdem die den letzteren betreffende Veränderung eine Zunahme oder eine Abnahme der Stromstärke war. Die erzeugte elektromotorische Kraft ist in diesem Falle nur halb so groß als im vorhergehenden.

Was endlich den dritten Fall der gegenseitigen Lage der Elemente betrifft, wenn nämlich deren Richtungen winkelrecht aufeinander stehen, so gilt derselbe auch für die Induction, unverändert in dem Sinne, wie er von Ampère ausgesprochen worden ist.

Ein inducirter Strom kann sich nur nach der Längsrichtung seines Leiters verlaufen. Die vorstehenden Sätze erfordern deshalb noch den Zusatz: dass wenn die inducirte Kraft nicht in die Längenrichtung der Nebenleitung fällt, nur der in diese Richtung reducire Theil derselben in Betracht kommen kann.

Dies vorausgesetzt sey s ein geradliniger Strom von begrenzter Länge, dessen Intensitäts-Veränderung i eine Zunahme vorstellen mag: $st = ds$ (Fig. 2 Taf. II) sey ein Element dieses Stroms; ferner $op = dl$ ein Element der

mit st gleichlaufenden Nebenleitung; $os = x$ die geradlinige Entfernung des einen Elementes vom andern und $sl = r$ der winkelrechte Abstand ihrer Richtungen.

Die Elemente st und op mit Beziehung auf ihre Verbindungslinie zerfallen in die Componenten su und or , welche winkelrecht auf der Verbindungslinie stehen, ferner sv und dq , deren Richtungen in der Verbindungslinie liegen.

Mit Beziehung auf den Winkel $p o q = t s v = \varphi$ ist $su = ds \cdot \sin \varphi$ und $sv = ds \cdot \cos \varphi$; $or = dl \cdot \sin \varphi$ und $dq = dl \cdot \cos \varphi$.

Die von st auf op ausgeübte Kraft zerfällt hiernach in die beiden Theile:

$$\frac{a \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} \sin^2 \varphi \text{ und}$$

$$\frac{a \cdot b \cdot i \cdot ds \cdot ds}{x^2} \cos^2 \varphi:$$

Ausdrücke, in welchen a eine näher zu bestimmende Constante und b nach Ampère die Zahl $\frac{1}{2}$ bedeutet.

Von diesen Kräften kommen jedoch nur ihre Componenten nach ol in Betracht, die erhalten werden, indem man die erste mit $\sin \varphi$, die andere mit $\cos \varphi$ multiplicirt.

Beide Componenten haben dieselbe Richtung von l nach o . Ihre Summe bildet daher die ganze vom Stromelement ds gegen dl gerichtete inducirende Kraft.

$$dK = -\frac{a \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} (\sin^2 \varphi + b \cos^2 \varphi).$$

Der so bestimmten Kraft ist das negative Zeichen vorgesetzt, weil die Richtung des Schließungs-Inductionsstroms derjenigen des Hauptstroms entgegengesetzt ist. Für die Induction beim Oeffnen der Volta'schen Kette wird dK zwar denselben absoluten Werth haben, jedoch mit positiven Zeichen behaftet werden müssen.

Setzt man $x = \frac{r}{\sin \varphi}$; $l = r \cot \varphi$ und $dl = -\frac{r \cdot d\varphi}{\sin^2 \varphi}$; und nimmt man, unter der Voraussetzung, dass die Linie ol vom Punkte l aus, nach beiden Seiten hin sich ins Unbegrenzte erstrecke, das Integral zwischen den Grenzen $\varphi = 0$ bis $\varphi = 180^\circ$, so wird erhalten:

$$K = -\frac{1}{2}(1+b) a \cdot i \frac{ds}{r},$$

oder auch für die ganze, von der Stromlänge s gegen den damit gleichlaufenden Leiter von unbegrenzter Länge ausgeübte Kraft:

$$K = -\frac{1}{2}(1+b) a \cdot i \frac{s}{r} = -2a \cdot i \frac{s}{r},$$

wenn für b dessen Werth: $b = \frac{1}{2}$ eingeführt wird.

Dieser Ausdruck darf nicht mit der durch die Induction in dem gegebenen Falle erzeugten elektromotorischen Thätigkeit verwechselt werden; er bezeichnet nur den einen der Factoren derselben. K bedeutet eine Kraft, welche, während sie sich in einem bestimmten, jedenfalls sehr kurzen Zeitraume t von dem Werthe Null bis zur Grösse $2a \cdot i \frac{s}{r}$ erhebt, in der Nebenleitung tatsächlich irgend eine Aenderung, also eine Arbeit hervorbringt.

Da die Wirksamkeit von K während dieses Vorgangs sich direct wie die Intensitäts-Veränderung i und umgekehrt wie der Abstand r verhält, so folgt das zur Bestimmung der Arbeitsgrösse durch Rechnung, es ganz dasselbe ist, ob der Stromleiter s während der Zeit t , bei unverändertem Abstande r , mit strömender Elektricität, allmählich bis zur Intensität i erfüllt werde, oder ob derselbe Draht s einen Strom von unveränderlicher Stärke i leitend, aus unbegrenzter Ferne, jedoch immer sich selbst parallel in demselben Zeitraume t der Nebenleitung bis zum Abstande r , oder allgemeiner, bis zu einem beliebigen Abstande x genähert werde.

Angenommen für die kleine Wegesstrecke $-dx$ sey das Arbeitsmoment:

$$dQ = -K \cdot dx = 2a \cdot i \cdot s \frac{dx}{x};$$

so findet man nunmehr die ganze Arbeit, d. h. die Grösse der induciren elektromotorischen Kraft, oder die derselben entsprechende Stärke des induciren Stroms:

$$Q = 2a \cdot i \cdot s \log x + C.$$

Die Bestimmung der Constanten setzt die Kenntnis der Inductions-wirkung für die Einheit des Abstandes, der Länge und Intensität des inducirenden Stromes voraus. Gesetzt, es sey diese Bestimmung auf experimentellem Wege gemacht worden, und man habe biernach für $x=r$, und mit Beziehung auf den Schließungs-Inductionsstrom, $Q=-q \cdot i \cdot s$ gefunden; so ist $C = -q \cdot i \cdot s - 2a \cdot i \cdot s \log r$, folglich

$$(a) \quad Q = -q \cdot i \cdot s + 2a \cdot i \cdot s \log \frac{x}{r}.$$

Nimmt man in dieser Gleichung r , i und s als relative Maafseinheiten, und führt man statt des natürlichen Logarithmen den Briggischen ein, so wird

$$Q = -q + 2,2,3 \cdot a \log x = -q \left(1 - \frac{2,2,3 \cdot a}{q} \log x\right).$$

Diese Formel ist nun übereinstimmend mit der für Tafel V bis IX empirisch gefundenen.

Allerdings darf nicht übersehen werden, daß bei der vorhergehenden theoretischen Entwicklung die Länge s und der Abstand x als verhältnismäsig sehr klein gegen die übrigen Abmessungen des Inductionsapparates angenommen worden sind, daß folglich obiger Ausdruck nur unter dieser Bedingung seine volle Geltung haben kann. Für den besonderen Inductionsapparat der zu den beschriebenen Versuchen diente, ist, wie wir gesehen haben,

$$\frac{2,2,3 \cdot a}{q} = \frac{A}{Q} = 0,479,$$

also die Constante

$$2a = \frac{0,479}{2,2} \cdot q$$

7. *Inducirende Wirkung einer geraden Stromlinie auf einen benachbarten geradlinigten Leiter von unbegränzter Länge, auf welchem ihre Richtung senkrecht steht.*

Es ist im Voraus zu erwarten, daß eine Induction unter den hier ausgesprochenen Bedingungen überhaupt nicht stattfinden könne, und dem entsprechen auch die aus der Ampère'schen Theorie gezogenen Folgerungen.

Es sey (Fig. 3 Taf. II) $as=s$ die Länge der Strom-

linie, $st = ds$ ein Element derselben, $al = r$; ferner $ol = l$, $op = dl$ und Winkel $p o q = 90^\circ - ts v = \varphi$, so findet man, nach denselben Grundsätzen wie früher verfahren, und indem man bedenkt, dass die in die Linie ol reducirten Componenten der inducirenden Kraft, jetzt einander entgegengesetzt sind:

$$dK = \frac{a \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} (\sin^3 \varphi \cos \varphi - b \cos^2 \varphi \sin \varphi);$$

oder, indem für $x = os$ dessen Werth $\frac{r+s}{\sin \varphi}$, und, da $l = (r+s) \cot \varphi$ das Differential $dl = -\frac{(r+s)d\varphi}{\sin^2 \varphi}$ gesetzt wird,

$$dK = -\frac{a \cdot i \cdot ds}{r+s} d\varphi (\sin^3 \varphi \cos \varphi - b \cos^2 \varphi \sin \varphi).$$

Das Integral zwischen den Gränzen $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 0$ genommen, ist:

$$K = \frac{a \cdot i (1-b) ds}{3(r+s)}.$$

Diese Kraft bezieht sich auf eine gerade Drahtleitung, die sich in der Richtung von l nach o ins Unbegrenzte fortsetzt. Erstreckt sich dieselbe in gleicher Weise und im Einklange mit der Aufgabe auch nach der andern Seite hin, so muss sich natürlich für diese zweite Abtheilung des Drahtes eine gleiche inducirende Kraft, jedoch, wie leicht zu sehen, mit dem entgegengesetzten Zeichen ergeben. Die ganze von der Stromlinie as gegen eine, deren Richtung senkrecht durchschneidende, geradlinigte Nebenleitung von unbegrenzter Länge ausgeübte inducirende Kraft ist daher gleich Null.

8. *Inducirende Wirkung einer geraden, kurzen Stromlinie auf einen benachbarten geradlinigten Leiter von unbegrenzter Länge, dessen Richtung mit derjenigen der ersten einen beliebigen Winkel bildet.*

Es sey ab (Fig. 4 Taf. II) ein Stück des Drahts von unbegrenzter Länge, $cs = s$ die Stromlinie, deren Verlängerung mit ab den Winkel $bs = e$ bildet. Ein beliebiges Element $ts = ds$ der Stromlinie zerfällt in die Componen-

ten $su = ds \sin e$ und $sv = ds \cos e$, von welchen die erste auf ab wirkungslos ist, die zweite eine inducirende Kraft

$$K = \frac{1}{2} (1+b) a \cdot i \cdot \cos e \cdot \frac{ds}{x}$$

hervorbringt. Der Werth $x = sx$ bedeutet hier den senkrechten Abstand des Elementes ds von der Linie ab .

Denkt man sich dieses Stromelement aus weiter Ferne bis zum Abstande x genähert, so ist für den folgenden sehr kleinen Weg $-dx$ das Moment seiner gegen ab ausgeübten inducirenden Kraft:

$$-K dx = -\frac{1}{2} (1+b) a \cdot i \cdot \cos e \cdot ds \frac{dx}{x},$$

also die Gesamtwirkung des Elementes, und indem zur Abkürzung $b = \frac{1}{2}$ gesetzt wird:

$$dQ = -2 \cdot a \cdot i \cdot \cos e \cdot ds \log x + C.$$

Es sey $cr = r$ und der Winkel e habe seine Geltung zwischen $e = 0$ (in welchem Falle die Stromlinie im Abstand r mit ab parallel läuft) bis zu $e = 90^\circ$ (in welchem Falle das Integral Null wird). Der Werth von $a = r$ bezeichnet dann den geringsten Abstand, bis zu welchem ds der Linie ab genähert werden kann.

Angenommen es sey bei dieser Gränze der Annäherung als Resultat der Beobachtung:

$$dQ = q \cdot i \cdot \cos e \cdot ds,$$

daher

$$C = q \cdot i \cdot \cos e \cdot ds + 2a \cdot i \cdot \cos e \cdot ds \cdot \log r.$$

Indem dieser Werth von C in die Gleichung eingeführt und zugleich $x = r + s \sin e$ gesetzt wird, erhält man:

$$dQ = i \cos e \cdot ds \left(q - 2a \log \frac{r+s \sin e}{r} \right).$$

Das Integral dieses Ausdrucks, zwischen den Gränzen $cs = 0$, bis $cs = s$ genommen, also die ganze von der Stromlinie cs gegen die Leiter ab ausgeübte Induction ist:

$$(\beta) Q = i \cdot s \cdot \cos e \left[q + 2a + 4,6a \frac{r+s \sin e}{s \sin e} \log \operatorname{brigg} \frac{r}{r+s \sin e} \right].$$

Die Constante q hat hier dieselbe Bedeutung wie in Gleichung (α). Es ist die Stärke der Induction ausgeübt

von der Stromlänge 1 im Abstande r von der Nebenleitung, für den Fall daß beide Drähte parallel laufen.

Diese Formel gilt für jede beliebige Neigung der beiden Drähte gegen einander. Für $e = 0$ wird zwar der dritte Theilsatz der Gleichung unbestimmt; indem man aber

$$\text{in dem Werthe } y = \frac{\log \tan \frac{r}{l \sin e + r}}{\frac{l \sin e}{l \sin e + r}} \text{ Zähler und Nenner mit}$$

Beziehung auf e differenzirt, erhält man $y = -\frac{l \sin e + r}{r}$,

woraus ersichtlich, daß für $e = 0$, $y = -1$, also $Q = q$ ist.

Es ist dies genau derselbe Werth, welcher unter derselben Bedingung, d. h. wenn beide Drähte parallel laufen, aus der Gleichung (α) hervorgeht.

Um die theoretisch abgeleitete Formel (β) auf Erfahrungsresultate anwenden zu können, bedurfte der Induktionsapparat einer kleinen Abänderung. Auf demselben Brett, auf welchem der Draht AB (Fig. 4 Taf. II) ausgespannt war, wurde nämlich bei c ein Stift eingesetzt, als bleibender Drehungspunkt für das eine Ende des Drahtes cd . Außerdem waren bei c und d Gelenke angebracht, welche erlaubten während der Drehung des Drahtes um den Punkt c , den Zuleitungs- und Ableitungsdrähten stets in genau senkrechter Stellung gegen AB zu erhalten. Bei dieser Anordnung konnte also, unabhängig von der Größe des Neigungswinkels e , immer nur der inducirende Einfluß der Stromlinie cs zur Wirksamkeit gelangen.

Die Länge von cs betrug 6 Decimeter, der Abstand $cr = r$ ein Centimeter. Die folgende Versuchsreihe bezieht sich auf den so abgeänderten Apparat.

Poggendorff's Annal. Bd. CXXVII. Taf. 4, Fig. 11 ist nach 6 Godifles
gestellt und untersucht worden und zeigt die Wirkung des

Tafel X.

e°	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	β°	berechnet	dd
0	22° 5	0,19509	22° 30'		
10°	14° 15	0,12316	14° 31	+ 22'	
20	11° 35	0,09888	11° 28	+ 7	
30	9° 30	0,08107	9° 15	- 3	
40	7° 60	0,06627	7° 23	- 13	
50	5° 90	0,05146	5° 43	- 11	

In der Formel (β) bedeutet $q = 0,19509$ die inducire Kraft für den Fall des Parallelismus der beiden Drähte AB und cd (Fig. 4 Taf. II), und für $r = 1$. Der Werth der Constanten $2a$ aus den Versuchen selbst abgeleitet, wurde $= 0,0401$ gefunden. Indem man ferner den gemeinschaftlichen Factor $i.s$ als Einheit nahm und im dritten Theilsatze $s = 60$ und $r = 1$ setzte, erhielt man die Gleichung:

$$Q = \cos e \left\{ 0,19509 + 0,0401 \left[1 - \frac{1 + 60 \sin e}{60 \sin e} 2,3 \log (1 + 60 \sin e) \right] \right\}$$

welche zur Berechnung der in der 4. Spalte der Tafel enthaltenen Zahlen gedient hat.

Zur Bestimmung der Constanten $2a$ ist aus früheren Versuchen (6) die Gleichung

$$2a = \frac{0,479}{2,3} q$$

abgeleitet worden. Setzt man in dieser $q = 0,19509$, so ergiebt sich $2a = 0,0406$. Nach den Daten der Tafel X berechnet, ist wie bemerkt, $2a = 0,0401$. Diese nahe Ueber-einstimmung beweist aufs Deutlichste, dass bei den gewählten Dimensionen des Apparates andere Einflüsse, außer den bei der Berechnung der Versuche berücksichtigten, in einer die Gränzen der Beobachtungsfehler überschreitenden Bedeutung nicht stattgefunden haben können.

9. Die inducirende Kraft, welche ein gerader, veränderlicher Strom bc (Fig. 5 Taf. II) auf einen geradlinigten Leiter AB ausübt, der nach B hin von unbegränzter Länge

ist und dessen Richtung mit derjenigen der Stromlinie bei *A* einen rechten Winkel einschließt ist vorher (7) bestimmt worden:

$$\int K = \int \frac{a \cdot i (1 - b) ds}{3(r + s)}.$$

Bei allen vorhergehenden Versuchen blieb diese Kraft ohne Wirkung, weil sich dieselbe auf beide Hälften einer von *A* aus nach beiden Seiten sich erstreckenden geraden Linie in entgegengesetztem Sinne äußerte. Für jede Hälfte der Nebenleitung, besonders genommen, z. B. für die Linie *AB* (Fig. 5 Taf. II) hat $\int K$ einen reellen Werth, wenn, sowie das Ampère'sche Gesetz verlangt, $b = \frac{1}{2}$. Dafs dem auch bezüglich der Inductionserscheinungen so sey, dafür spricht zwar die innere Wahrscheinlichkeit, ein experimenteller Beweis ist jedoch bis jetzt nicht gegeben worden. Es dürfte deshalb von Interesse seyn, dass schon aus einem älteren Versuche Nobili's¹⁾ hervorgeht, dafs b jedenfalls kleiner als die Einheit seyn mufs.

Wenn an einem geraden Drahte *ab* (Fig. 6) von unbegränzter Länge, durch welchen ein elektrischer Strom in der Richtung von *a* nach *b* sich bewegt, ein geradliniger auf der Stromrichtung senkrecht stehender Leiter *rs*, mit sich selbst parallel von *a* nach *b*, also in der Richtung des Stroms fortgeschoben wird, so entsteht in *rs* ein Inductionsstrom, von *s* nach *r* fließend. Bewegt sich *rs* im entgegengesetzter Richtung, so verkehrt sich auch die Richtung des Inductionsstroms.

Da *rs*, indem es sich z. B. in der Richtung nach *b* bewegt, sich von *a* entfernen mufs, so leuchtet ein, dafs die inducirenden Kräfte der jeweiligen vorderen und hinteren Seite der Stromlinie *ab* einander unterstützen müssen. Dafs aber überhaupt eine Induction stattfindet und dafs sie insbesondere die beobachtete Richtung nimmt, ist nur aus dem Umstände erklärbar, dafs der Coëfficient $b > 1$. Ein Blick auf Fig. 7 und die Richtung der Pfeile, welche dazu

1) Pogg. Ann. Bd. 27, S. 407.

dienen, die Richtung der inducirenden, so wie der inducirten Stromelemente zu versinnlichen, macht dies alsbald verständlich. Man erkennt, dass die Summe der Componenten nach sr der im Sinne po inducirenden, d. h. von der Constante b unabhängigen Stromelemente das Uebergewicht haben müsse über die Summe der Componenten nach rs der im Sinne oq inducirenden, von b abhängigen Stromelemente. Indem man in der Gleichung:

$$K = \frac{a \cdot i (1-b) ds}{3(r+s)},$$

an die Stelle der Constanten b deren Zahlenwerth einsetzt wird erhalten:

$$K = \frac{a \cdot i \cdot ds}{6(r+s)}.$$

Diese Kraft trachtet einen Strom von B nach A (Fig. 5) zu erregen, wenn der inducirende Strom von c gegen b sich bewegt. Um das entsprechende Bewegungsmoment, oder die vom Stromelemente ds ausgeübte Induction zu bestimmen, kann man auch in diesem Falle von der Vorstellung ausgehen, dass ds gleichsam aus weiter Ferne bis zu einem Abstande $r+s$ genähert werde. Es ist dann für den folgenden sehr kleinen Weg $-ds$,

$$-K \cdot ds = -\frac{a \cdot i \cdot ds}{6} \frac{ds}{r+s}.$$

Das Integral dieser Gleichung genommen zwischen den Gränzen $bc=0$ bis $bc=s$, giebt die Stärke der vom Stromelemente ds bewirkten Induction,

$$dQ = -\frac{a \cdot i}{6} ds \log(r+s) + C.$$

Angenommen nun, durch Erfahrung sey bereits bekannt, dass für $s=0$, d. h. für den Abstand r , die Einheit der Stromlänge und Stromstärke die elektromotorische Kraft q' zu erzeugen vermöge, so ist für diesen Fall: $dQ = q' \cdot i \cdot ds$, folglich die

$$\text{Constante } C = q' \cdot i \cdot ds + \frac{a \cdot i}{6} ds \log r, \text{ also}$$

$$dQ = q' \cdot i \cdot ds - \frac{a \cdot i}{6} ds \log \frac{r+s}{r},$$

und die ganze Induction,

Gleich
bedeu
gen V
nehme
mit 10
begrä
Richt
sich
erstre

E
ein P
Theil
ben v
D
cirene

wovo

zwisc

$x =$

und

Für
 ds
 $s+r$
ausg

Aus
Schlit

$$(y) \quad Q = q' \cdot i s + \frac{\sigma \cdot i \cdot s}{6} \left\{ 1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \operatorname{brigg} \frac{r+s}{r} \right\}.$$

Gleichung in welcher r den Abstand Ab (Fig. 5 Taf. II) bedeutet, und s vom Punkte b beginnend, jeden beliebigen Werth zwischen den Gränzen $bc = 0$ bis $bc = s$ annehmen kann.

10. *Inducirende Wirkung einer geraden Stromlinie von begrenzter Länge auf einen benachbarten Leiter, dessen Richtung in die Verlängerung der ersten fällt und der sich in gerader Linie nach einer Seite ins Unbegrenzte erstreckt.*

Es mag (Fig. 8) $as = s$ die Stromlinie und $ts = ds$ ein Element derselben, bc den in Betracht kommenden Theil der Nebenleitung und $ox = x$ ein Element derselben vorstellen; es sey ferner $cx = x$ und $ca = r$.

Die von ds gegen dx in Wirksamkeit gesetzte inducirende Kraft ist:

$$dK = a \cdot b \cdot i \frac{ds \cdot dx}{(s+r+x)^3},$$

wovon das Integral:

$$K = -a \cdot b \cdot i \frac{ds}{s+r+x} + C,$$

zwischen den Gränzen $x = 0$ bis $x = \infty$ Geltung hat. Für $x = 0$ wird auch $K = 0$; daher

$$C = a \cdot b \cdot i \frac{ds}{s+r},$$

und

$$K = a \cdot b \cdot i \left(\frac{ds}{s+r} - \frac{ds}{s+r+x} \right).$$

Für x von unbegränzter Länge verschwindet der Werth $\frac{ds}{s+r+x}$. Es ist daher die von ds gegen die Linie bc ausgeübte inducirende Kraft vollständig genommen:

$$K = a \cdot b \cdot i \frac{ds}{s+r}.$$

Aus dieser Gleichung lässt sich durch dieselbe Folge von Schlüssen wie im vorhergehenden Falle die durch die Strom-

linie s in dem von c aus ins Unbegrenzte sich fortsetzenden Leiter x erzeugte elektromotorische Kraft ableiten:

$$(8) \quad Q'' = q'' \cdot i \cdot s + \frac{1}{2} a \cdot i \cdot s \left(1 - \frac{r+s}{s} \cdot 2,3 \log b r \frac{r+s}{r} \right).$$

Die hier auftretende Constante q'' bedeutet, ähnlich wie in früheren Fällen, die Induction, welche durch die Einheit der Stromlänge und Stromstärke im Abstande r in dem Leiter hervorgebracht wird.

Es muss übrigens bemerkt werden, dass nachdem q bekannt ist, die Bestimmung von q' und von q'' keine besondere experimentelle Untersuchung erfordert.

Die Werthe q , q' und q'' haben das mit einander gemein, dass sie Wirkungen einer gleichen Stromlänge, bei gleicher Aenderung der Stromstärke und für gleichen Abstand von der Nebenleitung ausdrücken. Diese Analogie gilt also auch im strengsten Sinne für $q.ds$, $q'.ds$ und $q''.ds$; denn diese Ausdrücke bezeichnen die Wirkungen eines und desselben Stromelementes unter den obigen Bedingungen, oder auch die entsprechenden Arbeitsmomente von ds . Da die (nach Hypothese) zurückgelegten Wegestrecken des Elementes ds in den drei Fällen als gleich vorausgesetzt sind, so folgt, dass sich die Momente wie ihre inducirenden Kräfte verhalten müssen. Diese Kräfte sind:

$$K = 2a \cdot i \cdot \frac{ds}{x} \quad (6),$$

$$K' = \frac{a \cdot i}{6} \cdot \frac{ds}{r+s} \quad (9),$$

$$K'' = \frac{a \cdot i}{2} \cdot \frac{ds}{r+s} \quad (10);$$

oder, indem man erwägt, dass bei vorausgesetzter Annäherung bis zum Abstande r , $x=r$ und $s=0$ wird:

$$K = 2 \cdot a \cdot i \cdot \frac{ds}{r}$$

$$K' = \frac{a \cdot i}{6} \cdot \frac{ds}{r} = \frac{2a \cdot i}{12} \cdot \frac{ds}{r}$$

$$K'' = \frac{a \cdot i}{2} \cdot \frac{ds}{r} = \frac{2a \cdot i}{4} \cdot \frac{ds}{r}.$$

Es ist
können
Durch
 ps un
scher
Pfeile
Neben
und a
rechte
längen
durch
laufsen

U
zwei S
in Fip
sehr l
trägt,
Bedin
linie
gegen
leitun
in de
Kräfte
sind
vierte
ecks.
Durch
benle
ander
nach
entsp

bestim
wie

Es ist demnach

$$q' = \frac{1}{12}q \text{ und } q'' = \frac{1}{3}q.$$

11. Die vorhergehenden theoretischen Erörterungen können benutzt werden die folgende Aufgabe zu lösen. Durch die Drahtleitung $psrq$ (Fig. 9 Taf. II), deren Aeste ps und qr mit sr rechte Winkel bilden, geht ein elektrischer Strom von der Insensität i , z. B. in der durch die Pfeile angedeuteten Richtung. Es ist die Induction in einer Nebenleitung acb zu bestimmen, deren beide Aeste bc und ac sich ins Unbegrenzte erstrecken und bei c einen rechten Winkel bilden, so dass der Punkt c in die Verlängerung von ps fällt. Die Ebene beider Drahtleitungen durchschneiden sich rechtwinklig, ca und sr sind gleichlaufend und der Abstand sc ist sehr gering.

Unter der Voraussetzung das die Drähte cb und ca zwei Seiten eines sehr grossen Vierecks bilden, ähnlich dem in Fig. 1 Taf. II beschriebenen, und das auch sp und rq sehr lang sind, das ferner die Länge sr 6 Decimeter beträgt, kann unter den übrigen in der Aufgabe gestellten Bedingungen eine merkliche Induction nur durch die Stromlinie rs bewirkt werden. Denn die Wirkung, welche qr gegen die Basis und die aufsteigenden Seiten der Nebenleitung ausübt, ist Null oder fast Null. Von ps werden in den Drähten cb und ca gleiche und entgegengesetzte Kräfte erregt; die beiden andern Seiten der Nebenleitung sind aber von pc zu weit entfernt. Dasselbe gilt für die vierte mit rs gleichlaufende Seite des wirksamen Vierecks. Bleibt also wie gesagt nur der Einfluss von rs . Durch diesen werden in den Aesten ca und cb der Nebenleitung Inductionen bewirkt, die der Richtung nach einander entgegengesetzt sind, von welchen aber die von c nach a gerichtete inducire Kraft das Uebergewicht hat. Die entsprechende Stromwelle würde durch die Gleichung

$$Q = q - 2,2,3.a \log \frac{x}{r}$$

bestimmt seyn, wenn die Leitung ca sich von c aus rechts wie links in die Ferne erstreckte. Nun fehlt aber ein

zweiter Ast in diesem Sinne, oder vielmehr derselbe ist rechtwinklich aufgebogen. Die gegen die fehlende geradlinige Verlängerung wirksame Kraft muss also in Abzug gebracht werden. Dieselbe ist unter der Bedingung eines sehr kleinen Abstandes $s c$ durch die Gleichung (δ)

$$Q = q'' + \frac{1}{2}a\left(1 - \frac{r+s}{s}2,3 \log \frac{r+s}{r}\right),$$

ausgedrückt.

Ferner kommt in Abzug die von rs in cb inducire Kraft. Der Werth derselben ist

$$Q' = q' + \frac{1}{2}a\left(1 - \frac{r+s}{s}2,3 \log \frac{r+s}{r}\right).$$

Für den Abstand $x = sc = r$ ist daher die ganze zur Wirksamkeit kommende Induction:

$$(e) \quad Q''' = q - (q' + q'') = q - (q' + q'')$$

$$+ \frac{1}{2}a\left(1 - \frac{r+s}{s}2,3 \log \frac{r+s}{r}\right).$$

Da q' , q'' und a wie wir gesehen haben, aus q abgeleitet werden können, so bedarf es nur, wenn letzteres bekannt ist, für r und s die entsprechenden Werthe einzusetzen, um Q''' zu bestimmen.

Ein dem Sinne dieser Aufgabe entsprechender Versuchssapparat konnte dadurch angeordnet werden, dass man bei c ein Gelenk anbrachte, wodurch es möglich wurde ohne Änderung des Widerstandes der Nebenleitung den Draht cb horizontal zu richten oder winkelrecht aufzubiegen. Die im ersten und im zweiten Falle bei gleichem Abstande r und bei gleicher Stromstärke durch die Induction bewirkten Ausschläge der Nadel sind dann unter einander verglichen worden. Die Stromlinie rs hatte 6 Decimeter Länge und wurde; wie in der ersten, so nachher in der zweiten Versuchsreihe, abwechselnd auf 1, 2 und 3 Centimeter Abstand vom Drahte ca geschoben. Bei den drei ersten Versuchen standen beide Aeste ca und cb der Nebenleitung horizontal, d. h. beide fielen in eine und dieselbe Gerade.

Die Versuchsanordnung ist in Figur 10 dargestellt.

Tafel XI.

r	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	β°	dd
berechnet.				
1	23,0	0,19937	23° 0'	0
2	19,8	0,17060	19 39'	- 9'
3	17,9	0,15366	17 41	- 13
1	20,10	0,17685	20° 22'	+ 16'
2	17,35	0,14940	17 11'	- 10
3	15,40	0,13280	15 16	- 8

Unter den Zahlen der dritten Spalte sind die drei obersten mit Hülfe der Gleichung

$$\sin \frac{\beta}{2} = 0,19937 (1 - 0,479 \log x)$$

berechnet worden. Die so bestimmten Werthe in die Gleichung (e) eingesetzt, dienten dann zur Berechnung der drei untersten Zahlen der dritten Spalte.

12. Obgleich das Verfahren nach welchem ich in der vorliegenden Abhandlung versucht habe die Gesetze der Volta-Induction aus der Ampère'schen Theorie abzuleiten nur auf einige wenige und zwar sehr einfach gewählte Fälle der Induction in Anwendung gebracht worden ist, so sind doch diese Beispiele so ausgesucht worden, dass alle Formen der Induction, ausgeübt von einem Stromelemente von veränderlicher Stärke auf einen benachbarten Leiter von unveränderter Lage darin vorkommen.

Ich glaube deshalb nicht zu irren, wenn ich annehme, dass der Zusatz, durch welchen es gelang das Ampère'sche Grundgesetz in den gewählten Beispielen als Grundlage der Rechnung anwendbar zu machen, (der Zusatz nämlich, dass die Induction als eine von dem inducirenden Strom ausgeübte Arbeit betrachtet werden kann), dieselbe Kraft in allen Fällen besitzt.

Wenn man von der Ampère'schen Theorie ausgehend ganz allgemein die inducirende Kraft bestimmt, welche ein beliebiges Stromelement $st = ds$ (Fig. 10 Taf. II), dessen

Stärke die Veränderung i erfährt, auf das Element $op = dl$ eines geschlossenen Leiters äusserst, so gelangt man zu dem Ausdrucke

$$\frac{a i ds dl}{x^2} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta);$$

wenn $ol = l$, der Abstand $os = x$, und die Beziehung zwischen den Winkel α und β durch $\alpha = e + \beta$ gegeben ist. Für den Fall, daß die wahre Richtung des Stroms außerhalb der Ebene sop liegt, bedeutet ds eine in diese Ebene reducirete Componente, während die andere auf derselben Ebene winkelrecht stehende Componente wirkungslos bleibt.

Es ist mit Beziehung auf die Veränderlichkeit der Winkel α und β , wenn e constant bleibt, $dl = -\frac{x d\beta}{\sin \beta}$. Wird dieser Werth von dl in den Ausdruck der inducirenden Kraft eingesetzt, so wird dieser

$$= -\frac{a i ds}{x} \frac{d\beta}{\sin \beta} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta).$$

Hieraus ist ersichtlich, daß die inducirende Kraft, welche ein Stromelement gegen irgend ein Element eines geschlossenen Leiters ausübt, sich ganz allgemein, direct wie die Veränderung der Stromstärke i und umgekehrt wie die Entfernung x verhält.

Läßt man die Neigung beider Elemente gegeneinander ungeändert, so ist es folglich hinsichtlich der Stärke der Einwirkung des einen auf das andere, ganz dasselbe, ob die Stromstärke i sich vergrößert, oder ob die Entfernung x verhältnismässig abgenommen hat.

Die elektromotorische Kraft, welche das Element ds in dem Elemente dl , und zwar nach dessen Richtung erzeugt, ist also ganz allgemein

$$= +\frac{a i ds dl}{x} \frac{d\beta}{\sin \beta} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta).$$

Dem Scharfsinne W. Webers ist es bekanntlich gelungen ein allgemeines elektrisches Grundgesetz zu ent-

decken¹), d. h. ein Princip, welches die Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfasst. Er hat gezeigt, dass man von diesem Principe ausgehend folgerichtig zu der elektrodynamischen Theorie von Ampère gelangen kann, und er hat in gleicher Weise die Erscheinungen der Volta-Induction daraus erklärt.

Für den Fall, der in der vorliegenden Abhandlung insbesondere betrachtet worden ist, nämlich den der Induction in einem Leiter durch Aenderung der Stromintensität in einem andern Leiter, folgerte er aus jenem allgemeinen Grundgesetze als Werth der elektromotorischen Kraft den Ausdruck²)

$$-\frac{a \alpha \alpha'}{2r} \cos \theta \cos \theta' \frac{di}{dt}.$$

in welchem a eine Constante, α ein Stromelement, α' ein Element des Leiters, θ und θ' die Winkel, welche ihre Richtungen mit ihrer geraden Entfernung r von einander bilden, di ein Differential der Stromstärke und endlich dt das Zeitelement, in welchem die Stromstärke um di zugenommen hat, vorstellen.

Vor einiger Zeit fand ich Gelegenheit W. Weber meine vorher beschriebenen Versuche vorzulegen. Er wurde dadurch veranlaßt die Resultate derselben mit seiner Theorie zu vergleichen, und überzeugte sich, dass obiger Ausdruck, angewendet auf den besonderen Fall meiner Versuche, unmittelbar zu einer Gleichung von derselben Gestalt führt, wie diejenige, welche ich zuerst auf dem Erfahrungswege gefunden und dann mit Zugrundelegung der Ampère'schen Theorie und eines Zusatzes zu derselben abgeleitet hatte.

Die Art seiner Beweisführung ist die folgende.

Mit Beziehung auf den oben beschriebenen Inductionsapparat, welchen die Fig. 11 Taf. II schematisch wiedergiebt, sey ***ABCD*** ein geschlossener Leiter in einer vertikalen Ebene, ***abcd*** eine geschlossene Kette mit ***AB*** in einer horizontalen Ebene, in welcher die Stromintensität während

1) Pogg. Ann. Bd. 73 S. 219.

2) Pogg. Ann. Bd. 73 S. 239.

der Zeit dt um di zunimmt. Die Linie ab sehr klein im Vergleich zu AB , und ihre Endpunkte a und b von den entsprechenden Punkten A und B gleich weit entfernt. Unter dieser Voraussetzung übt der wachsende Strom in bc auf die beiden Seiten BC und DA zusammen eine entgegengesetzt gleiche elektromotorische Kraft aus, wie der wachsende Strom in da auf dieselben beiden Seiten. Ferner üben die wachsenden Ströme in bc und in da entgegengesetzt gleiche elektromotorische Kräfte auch auf AB und ebenso auf CD aus.

Hier nach bleiben nur noch die auf die vier Seiten AB , BC , CD und DA von dem wachsenden Strome in ab und cd ausgeübten elektromotorischen Kräfte übrig.

Jede dieser 8 Kräfte ergibt sich leicht durch Integration aus dem *Grundgesetze der Volta-Induction*:

$$-\frac{\alpha \alpha'}{r} \cos \theta \cos \theta' \frac{di}{dt}.$$

wenn man in dem allgemeinen Ausdrucke desselben die Constante $\frac{a}{2}$, weil hier ohne Bedeutung, um abzukürzen, wegläßt.

Man setze $AD = CB = a$, $AB = DC = b$, $ad = ob = c$, $ab = cd = d$; die Entfernung der Linie ab von der ihr gleichlaufenden $AB = x$; ferner $\alpha' = dz$ und mit Rücksicht auf die Kürze der Linie ab , $\alpha = d$.

Ist nun $i = \int \frac{di}{dt} dt$ der *Integralwerth der Stromzunahme*, so erhält man die zugehörigen *Integralwerthe* der 8 Kräfte, wie folgt.

Kraft	α	r	$\cos \theta$	$\cos \theta'$	Integralwert der Kraft
1) (ab) auf (AB)	$+d$	$V(x^2+z^2)$	$\frac{z}{r}$	$\frac{+ib}{r}$	$-di \int \frac{zz \, dz}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$
2) (ab) auf (CD)	$+d$	$V(a^2+x^2+z^2)$	$\frac{z}{r}$	$\frac{-\frac{1}{2}b}{r}$	$-di \int \frac{zz \, dz}{(a^2+x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$
3) (cd) auf (AB)	$-d$	$V[(c+x)^2 z^2]$	$\frac{z}{r}$	$\frac{+\frac{1}{2}b}{r}$	$+di \int \frac{zz \, dz}{[(c+x)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}}$
4) (cd) auf (CD)	$-d$	$V[a^2+(c+x)^2+z^2]$	$\frac{z}{r}$	$\frac{-\frac{1}{2}b}{r}$	$+di \int \frac{zz \, dz}{[a^2+(c+x)^2+z^2]^{\frac{3}{2}}}$

Kraft	a	r	$\cos \theta$	$\cos \theta'$	Integralwert der Kraft
5) (ab) auf (BC)	$+d$	$\frac{1}{2}V[b^2+4(x^2+z^2)]$	$+\frac{b}{2r}$	$+\frac{x+z}{r}$	$-di \int_a^a \frac{4b(x+z)dz}{[b^2+4(x^2+z^2)]^{\frac{3}{2}}}$
6) (ab) auf (DA)	$+d'$	$\frac{1}{2}V[b^2+4x^2+4(a-z)^2]$	$-\frac{b}{2r}$	$-\frac{a+x-z}{r}$	$-di \int_a^a \frac{4b(a+x-z)dz}{[b^2+4x^2+4(a-z)^2]^{\frac{3}{2}}}$
7) (cd) auf (BC)	$-d$	$\frac{1}{2}V[b^2+4(x+c)^2+4z^2]$	$+\frac{b}{2r}$	$+\frac{c+x+z}{r}$	$-di \int_a^a \frac{4b(c+x+z)dz}{[b^2+4(x+c)^2+4z^2]^{\frac{3}{2}}}$
8) (cd) auf (DA)	$-d$	$\frac{1}{2}V[b^2+4(x+c)^2+4(a-z)^2]$	$-\frac{b}{2r}$	$-\frac{a+c+x-z}{r}$	$-di \int_a^a \frac{4b(a+c+x-z)}{[b^2+4(x+c)^2+4(a-z)^2]^{\frac{3}{2}}}$

Die ausgeführten Integrationen ergeben, mit Weglassung des gemeinschaftlichen Factors d.i.:

- (1) $+\frac{2b}{V(b^2+4x^2)} - \log \frac{V(b^2+4x^2)+b}{V(b^2+4x^2)-b}$
- (2) $-\frac{2b}{V(b^2+4a^2+4x^2)} - \log \frac{V(b^2+4a^2+4x^2)-b}{V(b^2+4a^2+4x^2)+b}$
- (3) $-\frac{2b}{V[b^2+4(c+x)^2]} + \log \frac{V[b^2+4(c+x)^2]+b}{V[b^2+4(c+x)^2]-b}$
- (4) $+\frac{2b}{V[b^2+4a^2+4(c+x)^2]} + \log \frac{V[b^2+4a^2+4(c+x)^2]-b}{V[b^2+4a^2+4(c+x)^2]+b}$
- (5) $-\frac{b}{V(b^2+4x^2)} + \frac{b}{V(b^2+4a^2+4x^2)}$
- (6) $-\frac{b}{V(b^2+4x^2)} + \frac{b}{V(b^2+4a^2+4x^2)}$
- (7) $+\frac{b}{V[b^2+4(c+x)^2]} - \frac{b}{V[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}$
- (8) $+\frac{b}{V[b^2+4(c+x)^2]} - \frac{b}{V[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}.$

Also die Summe aller acht Kräfte, wenn man um abzukürzen setzt:

$$m^2 = 1 + 4 \left(\frac{x}{b} \right)^2$$

$$n^2 = 1 + 4 \frac{a^2+x^2}{b^2}$$

$$p^2 = 1 + 4 \left(\frac{c+x}{b} \right)^2$$

$$q^2 = 1 + 4 \frac{a^2+(c+x)^2}{b^2}$$

$$= -d i \log \left(\frac{m+1}{m-1} \cdot \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right).$$

Für kleine Werthe von x kann dieses gegen a und c vernachlässigt werden. Es wird dann

$$n^2 = 1 + 4 \left(\frac{a}{b} \right)^2$$

$$p^2 = 1 + 4 \left(\frac{c}{b} \right)^2$$

$$q^2 = 1 + 4 \frac{a^2+c^2}{b^2}$$

und die Summe der Kräfte

$$= -di \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) - di \log \frac{m+1}{m-1}, \quad (1)$$

oder indem man für m wieder seinen Werth einführt,

$$\begin{aligned} &= -di \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) + 2di \log \frac{x}{b}, \quad (2) \\ &= -di \left\{ \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) + 2 \log b \right\} b + 2di \log x. \end{aligned}$$

In diesem Ausdrucke ist der erste Theilsatz unabhängig von x , und bildet für eine gegebene Länge d und Stärke i des anwachsenden Stroms eine nur von den Dimensionen des Apparates abhängige Größe, während der Einfluss des Abstandes x nur in dem zweiten Theilsatze als $\log x$ zur Geltung kommt, ganz so, wie zu beweisen war.

Da die Dimensionen des bei den Versuchen benutzten Inductions-Apparates bekannt sind, nämlich: $a = 232$ Centimeter, $b = 400$ Centim. und $c = 158$ Centim., so konnten die Werthe n , p und q durch Rechnung bestimmt werden. Es ergab sich:

$$\begin{aligned} n &= 1,5315 \\ p &= 1,2745 \\ q &= 1,7232 \end{aligned}$$

Diese Werthe in die Gleichung eingesetzt, findet man

$$Q = -di(4,1837 - 2 \log x).$$

Es ist aber $\frac{2}{4,1837} = 0,478$, ein Zahlenwerth der dem Mittel der Versuche vorhergegangenen sehr nahe kommt.

Gießen, am 26. November 1865.

$\frac{(1+\sqrt{1-n^2})^2 - (1-\sqrt{1-n^2})^2}{(1+\sqrt{1-n^2})(1-\sqrt{1-n^2})} = 2n$

$$\frac{\sqrt{1-n^2}}{n} 1 + 1 = \sqrt{n}$$

$$\frac{\sqrt{1-p^2}}{p} 1 + 1 = \sqrt{p}$$

$$\frac{\sqrt{1-q^2}}{q} 1 + 1 = \sqrt{q}$$

V.
 ganz
 hand
 mit
 sich
 stand
 meiste
 1. m
 verant
 In de
 Dampf
 theorie
 Einer
 hat, b
 dieser
 kenne
 zeigt,
 krümm
 anneh
 Platt
 nur h
 man,
 auf re
 stände
 Wass
 achtun
 m Zu
 hinaus
 sah di
 timete
 bis 10
 Umzah
 Da
 dung
 1) Ar
 Pogg

V. Ueber einige sonderbare Wirkungen der Molecularkräfte bei Flüssigkeiten;
von G. van der Mensbrugghe,

Repetent an der »Ecole du Génie civil« zu Gent.

(Aus d. Bull. de l'acad. de Belg. Sér. II, T. XVIII;
 vom Hrn. Verf. übersandt.)

I. Bildung flüssiger Blasen unter einer besonderen Bedingung.

In der Meteorologie ist die Frage über den Zustand des Dampfes keineswegs endgültig entschieden; die Bläschen-theorie, obwohl stark bekämpft, ist noch nicht umgestossen. Einer der Hauptgründe, den man gegen sie geltend gemacht hat, besteht bekanntlich darin, dass man die Bildungsweise dieser Bläschen voller Lust nicht begreifen kann. Nun kennen wir gegenwärtig eine interessante Thatsache, welche zeigt, wie eine Flüssigkeit, die eine offene irgendwie gekrümmte Lamelle darstellt, die Form einer hohlen Kugel annehmen kann. Dieser Versuch wurde von Hrn. Félix Plateau, Sohn des berühmten Physikers, beschrieben¹⁾, nur hat derselbe bloß mit Seifenwasser gearbeitet, so dass man, streng genommen, die Thatsache nicht als anwendbar auf reines Wasser betrachten kann. Durch besondere Umstände begünstigt, habe ich bestätigen können, dass reines Wasser sich beinahe wie Seifenwasser verhält. Meine Beobachtung war folgende.

Zu einem 12 Meter über dem Boden gelegenen Fenster hinaus schüttete ich reines Wasser aus einer Tasse und sah die flüssige Schale sich in Hohlkugeln von etwa 4 Centimeter im Maximo umwandeln. Nach einer Bahn von 8 bis 10 Meter platzen diese Blasen und zerstieben in eine Unzahl von Tröpfchen.

Dasselbe Phänomen erhielt ich sehr oft unter Anwendung verschiedenartig geformter Gefäße und abgeänderter

1) Ann. Bd. CXXI, S. 653.

Ausschüttungsweise; es gelang fast beständig, nur waren die Blasen an Zahl und Größe verschieden, die größten hielten nicht mehr als 5 bis 6 Centimeter. Die Auflösung der flüssigen Schale in hohle Kugeln geschah desto schneller, je kleiner und je gekrümmter diese Schale war. Diese Besonderheit ist leicht zu erklären, wenn man erwägt, daß der immer gegen den concaven Theil der Schale gerichtete Moleculardruck zunimmt mit der Krümmung der flüssigen Oberfläche.

Die besten Resultate lassen sich folgendermaßen erhalten. Man füllt eine Tasse von etwa 10 Centim. Breite zu drei Vierteln mit Wasser und schüttet dasselbe mit mäßiger Geschwindigkeit aus, dabei die Hand z. B. von der Linken zur Rechten bewegend, damit die Blasen sich bilden können, ohne ihre Wahrnehmbarkeit gegenseitig zu hindern. Es ist gut sich wenigstens 6 Meter über dem Boden zu stellen, weil sonst die Schale nicht Zeit hat in hohle Kugeln zu zerfallen, oder, wenn diese Kugeln sich bildeten, es unmöglich wäre, sie zu beobachten und ihrer Bildung beizuwohnen.

Dieser Versuch bestätigt den Schluß des Hrn. F. Plateau vollkommen, und verwirft, als nothwendige Bedingung zur Bildung der Bläschen, die gleichzeitige Agglomeration der flüssigen Theilchen zu allseitig geschlossenen Hüllen; es genügt, die Bildung offener, irgendwie gekrümmter Lamellen anzunehmen, was sicher nichts Unmögliches hat. Ohne Zweifel bleibt noch die Frage nach der Dauer der Blasen zu lösen: freilich zerspringen die größten in weniger als einer Sekunde, allein gilt dasselbe auch von den kleinsten? Dies konnte ich nicht ausmachen, weil es schwierig ist zu entscheiden, ob diese Kügelchen hohl oder voll sind, um so schwieriger, weil die Hülle viel dicker als die der Seifenblasen ist.

Abgesehen von der meteorologischen Frage, schien es mir interessant, das oben beschriebene Verfahren auf verschiedene Flüssigkeiten anzuwenden. Zunächst versuchte ich Seifenwasser und fand bestätigt, daß die Blasen sich



sehr gut bilden, aber auch, dass ihr Durchmesser nicht beträchtlich und dass sie überdies ebenso rasch platzen, als bei reinem Wasser. Wenn diese Resultate von denen des Hrn. Plateau abweichen, so röhrt es davon her, dass ich, statt mich beim Ausgießen der Flüssigkeit rasch um mich selbst zu drehen, dieselbe bloß mit relativ mässiger Geschwindigkeit fortschleuderte, so dass die Schale viel kleiner und dicker war. Deshalb versuchte ich auch eine grosse Geschwindigkeit, damit die Schale sehr dünn werde. Alsdann erhielt ich eine sehr grosse Anzahl kleiner Kugeln, begleitet von einigen sehr leichten, mehr oder weniger dicken und ziemlich dauerhaften Blasen. Durch eine sehr rasche Fortschleuderung ist es mir gelungen mit einer Seifenlösung, die eine Gallerie bildete, drei Blasen zu erhalten, von denen die grösste wenigstens 25 Centimeter im Durchmesser hielt, und die beiden anderen 8 bis 10 Centim. Sie hielten sich etwa eine halbe Minute.

Mit Alkohol gelang mein Verfahren auch sehr gut, nur platzen die Blasen sehr bald. Unter den flüchtigen Oelen operirte ich erfolgreich mit Terpentinöl und besonders mit Petroleum; mit fetten Oelen (ich nahm nur Olivenöl) gelingt es schwerer; die gebildeten Blasen sind nur sehr klein, weil die Flüssigkeit durch ihre Zähigkeit verhindert wird, sich zu einer grossen Schale auszubreiten. Endlich habe ich auch mit mehren Salzlösungen gute Resultate erhalten.

Quecksilber habe ich nicht versucht; dies schien mir auch um so weniger nothwendig, als man seit langer Zeit den niedlichen Versuch kennt, mittelst dessen Hr. Melsens Quecksilberblasen dargestellt hat¹), freilich durch Anwendung einer ganz anderen Methode.

1) *L'Institut*, 1845, p. 207. [Vollständiger findet sich die Notiz des Hrn. Melsens in den *Compt. rend.* T. XX, p. 1658, aus welcher Quelle wir sie hier nachträglich mittheilen. P.]

Wenn man auf den wenigst tiefen Rand einer geneigten Quecksilberschicht, die mit 4 bis 5 Centm. Wasser bedeckt ist, einen Wasserdaden leitet und zwar solchergestalt, dass dieser von einer gewissen Höhe herab kommende Faden, wenn er sich auf der Quecksilberfläche ausbrei-

Wenn man mit einer Flüssigkeit in grosser Masse operirt, kann man sie leicht zwingen, die Form einer Schale zu nehmen, eine angemessene Luftmenge einschließt, so sieht man Quecksilberkugelchen auf dem Wasser schwimmen, ganz so wie wenn sie aus einem dünnen Blättchen eines starren Metalls beständen.

Gewöhnlich erheben sich diese Kugelchen bis zur Oberfläche des Wassers, Beweis, daß sie Luft enthalten. Manchmal bleiben sie vollständig untergetaucht, und rollen auf der Quecksilberfläche umher; im Moment, da sie platzen, entweicht Luft aus ihnen. Ich habe sie auch unter Wasser auf dem Quecksilber herumrollen gesehen, ohne daß sie beim Platzen Gas entwickelten.

Mit dem Wasserfaden, der mir zu Gebote stand und unregelmäßig floß, können die Quecksilberkugelchen einen Durchmesser von etwa 1,5 Centimeter erreichen.

Sie halten sich ziemlich lange, so daß man sie mit einer Untertasse aus dem Wasser heben und während einiger Sekunden beobachten kann.

Ich wägte das Quecksilber, welches Kugeln von 1½ Centm. Durchmesser beim Zerspalten hinterließen; das Gewicht schwankte von 200 bis 400 und 500 Milligrm. Dieses Phänomen hat viele Ähnlichkeit mit dem der Seifenblasen.

Ich will noch einiger Versuche erwähnen, die bis zu einem gewissen Punkt die Bildungsweise derselben erklären.

Wenn man Luft, Kohlensäure, Wasserstoff oder sehr wahrscheinlich irgend ein anderes Gas durch Quecksilber leitet und dazu eine Entwicklungsröhre von nur sehr enger Öffnung anwendet, so geht das Gas erst nach einer Weile aus der Quecksilberfläche in die Luft über d. h. es bildete sich auf der Quecksilberfläche eine Wärze, die grösser wird und endlich platzt. Diese Erscheinung, welche allen mit Quecksilber arbeitenden Chemikern bekannt ist, scheint nicht von ihnen beachtet worden zu seyn.

Das allmähliche Anwachsen und endliche Platzen der Wärze sieht man auch deutlich, wenn man, statt das Gas direct in die Luft gehen zu lassen, das Quecksilber mit einer Flüssigkeit übergießt; z. B. mit Wasser, Kalilösung von 45° B, concentrirter Schwefelsäure usw. Man kann alsdann sehr deutlich sehen, daß die von der Flüssigkeit bedeckte Quecksilberwärze eine sphäroidale oder wenigstens an der Basis eingeschnürte Form annimmt. Zuweilen glaubt man eine wirkliche Kugel zu sehen, die sich bis zu einem Abstand von der Quecksilberfläche erhebt und erst platzt, wenn sie sich von derselben abgelöst hat und allseitig von der Flüssigkeit umgeben ist.

Man braucht übrigens nur eine Schale voll Quecksilber, das mit Wasser übergossen ist, mit der Hand zu bewegen und einen luftfreien

von bestimmter Krümmung anzunehmen; man braucht sie nur mittelst einer Druckpumpe durch Röhren zu treiben, die mit zweckmäfsigen Ansätzen versehen sind. Um dies Verfahren anzuwenden, ließ ich zwei solcher Ansätze vervfertigen, den einen in Form eines kleinen halbcylindrischen Kanals, den andern in halbkegelförmiger Form. Die Länge dieses Kanals betrug etwa 50 Millimeter, und die Ausflussöffnung war der Flächenraum zwischen zwei concentrischen Halbkreisen, von denen der gröfsere 20 und der kleinere 17 Millim. im Radius hielt. Ich gebrauchte Brunnenwasser und Seifenwasser. Die halbcylindrische Ansatzröhre gab mit Brunnenwasser eine Menge Blasen von 3 bis 4 Centim. Durchmesser, die nach einer Bahn von einigen Metern platzen, und mit Seifenwasser eine große Menge hohler Blasen, die in der Luft schwammen. Was die halbkugelförmige Ansatzröhre betrifft, so lieferte sie mit gemeinem Wasser ein Schale, die immer gröfsr und dünner ward und sich in einem Regen hohler Bläschen auflöste, welche nach einigen Augenblicken platzen; mit Seifenwasser bildete sich eine Unzahl von Kugelchen, der Mehrzahl nach von sehr dünnen Hüllen.

Ich wandte auch Ansatzröhren von weniger als 3 Millimeter Durchmesser an, allein sie gaben mir viel weniger entwickelte Resultate als die vorherigen.

Kurz alle diese Versuche scheinen mir zu beweisen, dass die meisten, wenn nicht alle Flüssigkeiten, sobald sie zu Schalen von gehöriger Grösse und Dicke ausgeschüttet werden sind, die Form von Hohlkugeln annehmen können.

2. Schwimmende Quecksilberkügelchen. — Anziehungen und Abstossungen zwischen diesen Kügelchen.

Seit einiger Zeit haben sich die Physiker viel mit der Kugelform beschäftigt, welche eine Flüssigkeit, selbst in

Wasserfaden in das Quecksilber zu leiten, um die anfangs glatte Oberfläche desselben sich mit wasserhaltigen Warzen bedecken zu sehen. Bei Ruhe verschwinden diese Warzen und die Oberfläche wird nach einigen Sekunden wieder eben.

gewöhnlichen Temperaturen, auf der Oberfläche der nämlichen oder einer anderen Flüssigkeit annehmen kann. Es wird wohl nicht ungehörig seyn, hier einen, meines Wissens neuen Versuch kennen zu lehren, der die Effecte der Molecular-Actionen der Flüssigkeiten zeigt und überdiess auch das Mittel zum Erweise der capillaren Attractionen und Repulsionen darbietet. Er betrifft die Darstellung von Quecksilberkügelchen, die auf Wasser schwimmen. Ich verfahre wie folgt.

Ich fülle eine grosse Schale mit destillirtem Wasser, nehme danu mit dem Ende einer Messerklinge (*lame d'un couleau ou d'un canif*) ein Quecksilberkügelchen von etwa 0^m,5 Durchmesser und bringe es an die Oberfläche des Wassers, dabei die Klinge so wenig wie möglich neigend. Dann drehe ich diese sehr sanft um die Schneide, damit das der Schneide sehr nahe Kügelchen mit dem Wasser in Berührung komme. Wenn diese Berührung bewerkstelligt ist, hebe ich vorsichtig das Messer und das Quecksilberkügelchen schwimmt. So hat man das sonderbare Schauspiel, eine flüssige Kugel auf der Oberfläche einer anderen Flüssigkeit schwimmen zu sehen, die 13½ Mal weniger dicht als die erste ist.

Diese Erscheinung giebt zu mehren Bemerkungen Anlaß. Zunächst: warum wird das Kügelchen nicht von der Flüssigkeit benässt? Ich glaube: wegen der an der Oberfläche dieses Kügelchens verdichteten Luftsicht. Dies scheint mir nun so wahrscheinlicher als ich es länger als eine Viertelstunde im Wasser verweilen lassen und dennoch gleich darauf zum Schwimmen bringen konnte; wenn dagegen das Kügelchen eine Stunde lang im Wasser gelegen hatte, war die Luftsicht wenigstens zum Theil vertrieben und es gelang dann nicht mehr, es auf der Oberfläche der Flüssigkeit in Gleichgewicht zu bringen.

Zweitens, reicht es zur Erklärung der vorliegenden Erscheinung hin, zu sagen, daß das Gewicht des Quecksilberkügelchen gleich sey dem des verdrängten Wassers, wohl verstanden, darin mit begriffen die ringsum das Queck-

silber gebildete Vertiefung. Hat man nicht auch in Rechnung zu ziehen, daß, da das Wasser unmittelbar unter dem Kugelchen concav ist, der capillare Druck daselbst geringer seyn muß als rundherum? Oder wird in diesem Fall ein specieller Cohäsions-Effect ausgeübt, z. B. ein Widerstand von der umgebenden Flüssigkeit gegen die Entstaltung ihrer Oberfläche? Ich habe eine gute Anzahl von Versuchen und Berechnungen gemacht, um diese Fragen entscheidend zu beantworten, bisher aber ohne Erfolg.

Wie schon gesagt, liefert der oben beschriebene Versuch ein sehr bequemes Mittel, die capillaren Attractionen und Repulsionen deutlich zu zeigen. In der That, sowie man die Messerklinge fortzieht, beobachtet man, daß das Kugelchen eine lebhafte Repulsion erfährt. Es ist offenbar eine Capillarwirkung, herrührend von dem Steigen des Wassers längs der Klinge und dem Sinken desselben ringsum das Quecksilber; die Ränder der Schale üben ebenfalls eine kräftige Abstosung aus. Um die Anziehung zu erweisen, ließ ich zwei Quecksilberkugelchen schwimmen und versuchte, sie in einem gegenseitigen Abstande von etwa 20 Millimeter in Ruhe zu halten. Nach einigen Momenten setzten sie sich in Bewegung gegen einander, desto rascher, je näher sie einander kamen¹⁾. Gleich nach der Berührung vereinigten sich beide Kugelchen zu einem einzigen, deshalb, weil die an jedem von ihnen hafende Luftsicht durch den Stofs lebhaft fortgetrieben und somit immer dünner wurde, bis sie der Cohäsion erlaubte,

1) Schon in der Mitte des 17ten Jahrhunderts beobachtete der Florentiner Akademiker Borelli ähnliche Erscheinungen. Er ließ Plättchen von dünnem Messingblech auf Wasser schwimmen; an den Rändern der ersten hebt sich das Wasser, an denen der letzten vertieft es sich. Als er sie nun mittels dünner Stiele, die lotrecht daran befestigt waren, einander näherte, sah er zwischen den Platten gleicher Art eine Attraction, und zwischen denen ungleicher Art eine Repulsion eintreten. — Auch Montanari kannte diese Erscheinungen. — Dafs Nähnadeln auf Wasser schwimmen können, hatte bereits vor ihm der Erfinder der Inclinationsnadel, der Engländer Norman, beobachtet. (P.)

ibre Wirkung auszuüben. Diese Vereinigung der Kugelchen geschieht nur leicht, wenn das Quecksilber hinreichend rein ist, und das Wasser keine Fäden oder andere Körperchen enthält; denn die letzteren stören die Capillarwirkungen bedeutend und machen den Abstand zwischen den gegenüberstehenden Quecksilberflächen so groß, daß die Aeußerung der Molecular-Attraction verhindert wird.

Was mir diesen Versuchen Interesse zu geben scheint, ist der Umstand, daß sich hier die Capillarwirkungen in viel größeren Abständen (20 bis 25 Millim.) merklich machen als bei den Körpern, die man gewöhnlich in physikalischen Vorlesungen anwendet. Ich füge noch hinzu, daß man ungeachtet der Kleinheit der aufeinander reagierenden Massen, alle ihre Bewegungen mit großer Leichtigkeit verfolgen kann, weil die nicht untergetauchten Zonen sehr viel Licht reflectiren.

Vermöge der Cohäsionswirkung zweier benachbarter Kugelchen habe ich das Volum des aufänglichen Kugelchens allmählich vergrößern können. Es reicht dazu hin, successive sehr kleine Kugeln schwimmen zu lassen, die sich dann alle mit dem ersten Kugelchen vereinen. Ich konnte somit den Durchmesser des größten Kugelchens experimentell bestimmen, das sich noch auf der Oberfläche von destillirtem Wasser erhielt, und fand ihn beinahe gleich 0^{'''}.87. Mit Brunnenwasser erhielt ich eins von ungefähr einem Millimeter im Durchmesser.

Ich versuchte auch Quecksilberkugelchen auf Olivenöl schwimmen zu lassen, und zwar mit vollem Erfolg. Nur hatten die Kugelchen höchstens ein Drittel-Millimeter im Durchmesser¹⁾.

Endlich unterwarf ich auch mehre Salzlösungen dem Versuch, unter anderen, Lösungen von Chlornatrium, salpetersaurem Baryt und kohlensaurem Natron. Es schien

1) Diese Versuche brachten mich auf die Idee, starre Kugelchen von großer Dichtigkeit schwimmen zu lassen. Ich will nur einen Fall anführen. Ein Platin-Kugelchen von 0,3 bis 0,4 Millim. Durchmesser schwamm sehr gut auf Wasser.

mir, dass der Maximum-Durchmesser anfangs mit dem Concentrationsgrade zunahm, doch nur bis zu einer gewissen Gränze und darauf wieder abnahm. Ich habe mir vorgenommen, dies näher zu untersuchen.

~~daß entweder als qualität als quantität als qualität als als mi
daß ich mehr bedarf, so um mit möglichst als die sechs
10 gebraucht auch dann ich sehr zahlreich und auch ganz
abwegig ist als ich bin etw. einheitlich gebraucht aber~~

VI. Die Statik der Netzhaut und die pseudoskopischen Erscheinungen;

von Dr. Hermann Scheffler.

In der „physiologischen Optik“, welche ich vor Kurzem veröffentlicht habe, sind auch die Grundlagen nachgewiesen, auf welchen die optischen Täuschungen in Beziehung auf die Größe, Form, Lichtstärke, Farbe und die sonstigen optischen Eigenschaften der Objecte beruhen. Eine interessante Klasse hieher gehöriger Erscheinungen sind die zuerst von Zöllner beobachteten und später von Hering und Kundt vervollständigten pseudoskopischen Erscheinungen, welche sich im Jahrgange 1860 und 1861 dieser Annalen beschrieben finden. Die Erklärung dieser Erscheinungen ist sehr verschiedenartig versucht worden. Zöllner glaubt, die Täuschung sey psychischen Ursprungs; Hering und Kundt haben eine besondere Theorie (die Sehnentheorie) auf die Hypothese gegründet, dass das Auge die Größe eines Winkels nicht nach dem Bogen, sondern nach der Sehne schätzt; Bacaloglo (Pogg. Ann. Jahrgang 1861) schreibt den Vergleichung der Sehnenwinkel für die verschiedenen Theile einer Figur eine besondere Wirkung zu; Aubert bekennt in dem neusten Werke über die Physiologie der Netzhaut, S. 272, indem er alle diese Erklärungen verwirft, dass er keine Erklärung von dem Phänomen zu geben wisse. Aus diesen Umständen kann man schließen, dass eine befriedigende Erklärung der fraglichen Erscheinungen noch nicht vorliegt, und dass eine Zurück-

führung derselben auf positive physiologische Vorgänge erwünscht sey.

Die Empfindung, welche mit der Erschütterung eines Stäbchens durch einen einfallenden Lichtstrahl verbunden ist, also die Empfindung der *Stellung des affirten Stäbchens*, ist die Grundlage für unser Urtheil über die *Richtung des Lichtstrahles* oder der nach dem leuchtenden Objecte führenden Visirlinie (§. 18 und 22 der physiologischen Optik). Für die *scheinbare Richtung* ist also zunächst die *Richtung* der Axe des getroffenen Stäbchens maßgebend.

Hieraus folgt, dass Alles, was die *Richtung* eines Stäbchens um einen bestimmten *Winkel* ändert, die *scheinbare Richtung* des auf dieses Stäbchen fallenden Lichtstrahles ~~um denselben Winkel~~ ändert. Eine solche Änderung der Richtung eines Stäbchens tritt ein, wenn die Netzhaut an der Stelle dieses Stäbchens ihre *Krümmung* ändert, während das Stäbchen *normal* darauf stehen bleibt; sie kann aber auch durch *selbständige Ueberneigung* des Stäbchens oder durch *Abweichung von der Normalen* der Netzhaut hervorgebracht werden.

Außerdem wird die Richtung eines Stäbchens durch *Verschiebung* in der Netzhaut verändert (§. 21 der physiologischen Optik).

Erwägt man, dass durch Verschiebung der Netzhaut ein Stäbchen, dessen *natürliche Lage* einem von dem Netzhautbilde des Objectes abweichenden Ort einnimmt, in dieses Bild eintritt, so folgt, dass das Object dem *verrückten Stäbchen* in derjenigen Richtung erscheint, welche der *natürlichen Stellung* dieses Stäbchens in der Netzhaut entspricht. Hiernach knüpft sich also bei gegebener Convergenz der Augenachsen eine bestimmte *scheinbare Richtung* an die *Affection* eines bestimmten *individuellen Stäbchens*, mag dieses Stäbchen sich in *normaler Stellung* auf der Netzhaut *nach innen oder nach aussen verschieben*.

Eine Hauptveranlassung zur Verschiebung der Stäbchen ist das Streben nach *Einfachsehen*. Aus diesem Streben entspringt im Allgemeinen nur eine Verschiebung der Stäbchen *nach innen oder nach aussen*. Wenngleich hiernach

Verschieden
bigen
Netzhaut
größere
abweichen
die
schieben
dass
den
Richtungen
Richtung
dass
scheinbar
sich
denkt.
A
Doppeldien
auch
Affection
die
Richtung
also
Name

In
Einfluss
einzel
demzufolge
daraus
Object
beschaffen
Verschiebung
und B

Verschiebungen nach oben, nach unten oder in einer beliebigen Richtung nicht so häufig inducirt werden und die Netzhaut auch in Folge dieser Ungewohnheit keine so grosse Beweglichkeit in den von der horizontalen Richtung abweichenden Richtungen besitzt; so kommen doch auch solche Verschiebungen vor. Wir müssen annehmen, dass Verschiebungen in verticaler Richtung auch Abweichungen der scheinbaren Richtung in *verticaler Ebene* nach sich ziehen, dass überhaupt irgend eine Bewegung eines Stäbchens um den Mittelpunkt des Auges eine Drehung der scheinbaren Richtung des auf dieses Stäbchen fallenden Strahles gegen die ohne Verschiebung der Stäbchen stattfindende Richtung nach *entgegengesetzter Seite* nach sich zieht; *so dass ein Strahl immer in derjenigen Richtung zu liegen scheint, welche das getroffene Stäbchen anzeigt, wenn man sich dasselbe in seine Ruhelage versetzt und dort afficirt denkt.*

Ausser diesen aus dem Streben nach Vereinigung der Doppelbilder entstehenden und einem Principe des Sehens dienenden Verschiebung der Stäbchen kann eine solche auch aus anderen Affectionen hervorgehen. Wenn diese Affectionen nicht dem normalen Verlaufe der Sehthäufigkeiten entsprechen, bilden sie *Störungen* desselben und die daraus entspringenden Abweichungen der scheinbaren Richtung verleihen den Objecten eine *falsche Form*, führen also *optische Täuschungen* herbei, welche man unter dem Namen der *pseudoskopischen Erscheinungen* begreift.

In §. 48 der physiologischen Optik habe ich bereits den Einfluss untersucht, welchen die Affection der Netzhaut in einzelnen *Punkten* und *Linien* auf deren *Krümmung* und demzufolge auf die *Richtung* der Stäbchen äusser, und die daraus sich ergebenden Täuschungen über die Form der Objecte abgeleitet. Gegenwärtig wollen wir uns damit beschäftigen, die aus solchen Affectionen entspringenden *Verschiebungen der Stäbchen* und die hiermit zusammenhängenden Täuschungen zu ermitteln.

Bei diesen Untersuchungen gehe ich von dem Satze

aus (welchen ich in einem nächstens erscheinenden Supplemente zur physiologischen Optik näher begründen werde), dass sich bei dem Bestreben, mehrere Punkte oder eine Reihe von Punkten zu fixiren oder in ihren gegenseitigen räumlichen Verhältnissen aufzufassen, eine Tendenz zu gegenseitiger Annäherung und in Folge dessen auch wirklich eine gegenseitige Annäherung mit entsprechender Spannung in der Stäbchenmasse erzeugt.

Die Annäherung zwischen den fixirenden Stäbchen wird um so erheblicher, je mehr derselben in einer Linie afficirt werden; sie wird also am stärksten, wenn sich die Lichtpunkte zu einem zusammenhängenden Liniensuge aneinander reihen.

Sehen wir den vorstehenden Satz als die Grundlage für die Statik der Netzhaut an, so ergeben sich daraus zuvörderst folgende Verschiebungen der Stäbchenschicht und pseudoskopischen Erscheinungen.

Wenn die beiden Objectpunkte *a*, *b* die Stäbchen *c*, *d*, afficiren (Fig. 12 Taf. II), so drängen sich die Stäbchen in der Linie *cd* zusammen und es treten die entfernteren Stäbchen *c'*, *d'* in die Lichtstrahlen *ac*, *bd* ein. In Folge dessen erscheinen die Objecte bei *a'*, *b'* also weiter auseinander, als sie sind.

Je mehr Punkte zwischen *a* und *b* das Auge afficiren, desto länger erscheint die Strecke *ab*. Hiermit ist die Beobachtung erklärt, welche Hering in Poggendorff's Annalen beschrieben hat. Außerdem geht daraus hervor, dass eine gerade Linie *ab* verlängert erscheint.

Wenn die leuchtenden Punkte im Kreise liegen, wird die Zusammendrängung der Stäbchen nicht ohne Verkleinerung des Radius des afficirten Netzhautkreises möglich seyn. Es werden also Stäbchen, welche einem größern Netzhautkreise angehören, in die Lichtstrahlen eintreten und die Täuschung eines vergrößerten Kreises hervorbringen.

Wenn die beiden sich durchschneidenden leuchtenden Linien *ab*, *de* (Fig. 13 Taf. II) das Netzhautbild *gk*, *ik* ha-

ben, so werden die Stäbchen in der Linie gh und ik für sich auf einander drängen. Wird nun die Stäbchenlinie gh in Folge besonderer Anstrengung möglichst steif gehalten; so wird der Theil if der Linie ik , indem er gegen den Theil kf derselben Linie drängt, etwas längs der Linie fh hingleiten, und ebenso wird das Liniensegment kf längs der Linie fg gleiten. In die Stelle der geraden Linie ik der Stäbchenschicht werden also Stäbchen rücken, welche im Ruhezustande die punktiert gezeichnete gebrochene Linie einnehmen. Dies hat zur Folge, dass die Linie de nicht gerade, sondern gebrochen in der Form $d'c', e''e'$ erscheint, indem die beiden Stücke dc und ec gegen den spitzigen Winkel, welchen sie mit ab bilden, zurückrücken.

Wenn sich die Linie ab nicht durch besondere Kraftigkeit auszeichnetet, wird die ihr entsprechende Stäbchenreihe gh sich gegen die Reihe ik in ähnlicher Weise verschieben. Das Resultat hiervon ist, dass die sich kreuzenden Linien ab, cd (Fig. 14 Taf. II) in der Gestalt der beiden Winkel $a'c'd', b'c'e'$ mit der Verbindungslinie $c'c''$ ihrer Scheitel erscheinen.

Da die Verschiebung einer Stäbchenreihe längs der anderen in der Nähe dieser zweiten Reihe stärker seyn wird, als in weiterem Abstande davon; so wird jenes Liniensegment wie $a'c'$ bei c' am meisten von der wahren Richtung ac abweichen, nach a' hin aber sich mehr und mehr der Linie $c'd'$ nähern. Die Linien acb und dce werden mithin als Curven $a'c''b'$ und $d'c'e'$ erscheinen, deren Winkel bei c' und c'' grösser ist als der Neigungswinkel der Linien ab, de und welche die gegebenen beiden geraden Linien zu Asymp-toten haben.

Hierach wird eine gerade Linie ab (Fig. 15), welche mehrere Parallellinien durchschneidet, in der Form der Linie $a'b'$ erscheinen.

Wenn die Stäbchenreihe gh , sey es in Folge subjectiver Anstrengung oder starken objectiven Reizes möglichst steif gehalten und vor der Zerreissung geschützt ist, werden die Stäbchenreihen if und kf (Fig. 16), welche im Ruhezustande in der geraden Linie ik liegen, indem sie

vermöge des Zusammenrückens der Stäbchen längs der starren Reihe gh gleiten und sich trennen, auf die Reihe gh noch eine besondere Wirkung ausüben. Der Druck nämlich, welcher zwischen den Stäbchen der Reihe if und $f'k$ herrscht, wird bei der Trennung jener beiden Stücke eine Pressung gegen die Reihe gh in den Punkten f' und $f''k$ hervorbringen, also ein *Kräftepaar* erzeugen, welches die Reihe gh in die Richtung der Pfeile zu drehen strebt. In Folge dessen werden die Stäbchen aus der Linie $g'h'$ in die Linie gh eintreten, welche das Netzhautbild der Linie ab (Fig. 13, Taf. II) ist und die Linie ab wird ihre Richtung in die Linie $a'b'$ also so umzändern scheinen, als wenn sie den Neigungswinkel gegen die Linie de vergrößern wollte.

Die Ablenkung der Linie $a'b'$ von ab wird durch das Moment des in den Punkten f' und f'' (Fig. 16) wirkenden Kräftepaars bedingt seyn. Bezeichnet p die Spannung zwischen den Stäbchen der Reihe ik , und α den Neigungswinkel der sich kreuzenden Linien ab und ed ; so wird man den normalen Druck der Reihe if und kf' gegen die Reihe gh nahezu gleich $p \sin \alpha$, und die Entfernung $f'f''$, um welchen die beiden Stücke der Reihe ik auseinander-rücken, nahezu der Componente $p \cos \alpha$ proportional setzen können. Hiernach wird das gesuchte Moment nahezu dem Producte $p \sin \alpha \cdot p \cos \alpha$ oder der Größe $p^2 \sin \alpha \cos \alpha$ oder $p^2 \sin 2\alpha$ proportional seyn. Da diese Größe für $\alpha = 45^\circ$ ein Maximum erreicht; so folgt, dass die pseudoskopische Ablenkung der Linie ab durch die Linie de ein von dem Neigungswinkel der letzteren abhängiges Maximum besitzt und dass der diesem Maximum entsprechende Winkel ungefähr den Werth von 45° hat.

Nimmt man die Sachen genau und erwägt, dass, wenn man sich eine elastische Linie längs des Zuges $if'f''k$ denkt, welche sich bei f' und f'' allmählich umbiegt, die Wirkung der Stäbchen dieser Reihe gegen die Reihe gh in einem Winkel erfolgen wird, welcher größer ist als α . Angenommen, dieser Winkel sey $= n\alpha$, worin $n > 1$ ist. Als-

die Ablenkung ab auf ab' und ab auf ab'' in Abhängigkeit

dann wird das Moment des fraglichen Kräftepaars proportional $p^2 \sin n\alpha \cos n\alpha$ oder proportional $p^2 \sin 2n\alpha$ seyn; das Maximum wird also für $2n\alpha = 90^\circ$ oder für $\alpha = \frac{45^\circ}{n}$ eintreten. Setzt man $n = 1,5$, so wird $\alpha = 30^\circ$, wie es nach den sogleich anzuführenden Beobachtungen der Wirklichkeit entspricht.

Wenngleich die pseudoskopische Ablenkung der Linie ab , welche im Zusammenhange bleibt, ein Maximum hat für einen bestimmten Neigungswinkel der durchkreuzenden Linie de , welche *zerrissen* wird; so hat doch die Verschiebung $c'c''$ der beiden Theile der letzteren Linie, welche proportional zu $p \cos n\alpha$ ist, kein Maximum für jenen Winkel, sondern wird um so größer, je kleiner der Neigungswinkel α wird. Von der Gröfse dieser Verschiebung und zugleich von dem Neigungswinkel α selbst hängt der Winkel φ ab, um welchen in Fig. 11 Taf. II die Stücke der Linie ab zwischen den Parallelen von ihrer wahren Richtung abgelenkt erscheinen. Diese Ablenkung wird für einen gewissen Werth des Winkels α , welchen wir jedoch hier auf sich berüben lassen, ein Maximum haben, d. h. weder eine die Parallelen ganz *steil*, noch eine dieselben ganz *flach*, sondern eine die Parallelen unter einem *bestimmten* Winkel durchschneidende Linie ab wird in den Zwischenstücken am meisten abgelenkt erscheinen.

Hieraus folgt, dass eine gerade Linie ab (Fig. 17), welche concentrische Kreise durchschneidet, in der Form $a'b'$ gekrümmt erscheint. Denn indem sich die Kreislinien bei der Durchneidung der geraden Linie ab auf dieser nach Fig. 16 verschieben, erzeugen sie zugleich durch die entstehenden Kräftepaare eine Drehung der zwischen ihnen liegenden Stücke dieser geraden Linie und zwar an einer bestimmten Stelle am stärksten. Betrachtet man nun ab wie eine elastische materielle Linie; so muss sich dieselbe unter der Wirkung der gedachten Kräftepaare in der Form $a'b'$ krümmen. Dieser Einfluss macht sich sogar geltend, wenn die Gerade nur einen einzigen Kreis schneidet, ja sogar, wenn

sie den Kreis nur berührt, weil *sichtbare Linien* doch immer eine gewisse *Dicke* haben und die Berührung solcher Objecte nach Fig. 18 Taf. II den Charakter einer Durchschneidung an sich trägt, außerdem aber die durch Verschiebung erzeugte Spannung zwischen den Stäbchen wegen des Zusammenhangs der Netzhaut selbst auf einige Entfernung von den gespannten Reihen hin wirkt.

Was die Ablenkung der von einer Geraden durchschnittenen Kreislinien betrifft; so leuchtet ein, daß dieselben indem sie sich an der Durchschnittsstelle steiler gegen die Gerade stellen, *stärker gekrümmt* erscheinen werden.

Wir gehen jetzt zur Erklärung der von Zöllner beobachteten und in Poggendorff's Annalen 1860 beschriebenen pseudoskopischen Erscheinungen über.

Werden in Fig. 19 mehrere starke Parallellinien, welche wir *Streifen* nennen wollen, von feineren und ziemlich nahe liegenden kurzen Parallelen, welche wir *Striche* nennen wollen, schräg und zwar der erste, dritte, fünfte Streifen von links nach rechts, der zweite, vierte, sechste Streifen dagegen von rechts nach links durchschnitten, so müssen nach Vorstehendem folgende optische Täuschungen entstehen.

Die *Querstriche* erscheinen nach Fig. 20 längs der Streifen verschoben. Die Längenstreifen, deren correspondirende Netzhauflinien von ebenso vielen gleich starken Kräftepaaren angegriffen werden, als Querstriche vorhanden sind, erscheinen nicht mehr parallel, sondern so gegeneinander geneigt, daß sie die Querstriche *steiler* durchdringen. Die pseudoskopische Ablenkung der Streifen muß für eine gewisse Neigung der Striche ein Maximum werden: dasselbe entspricht der Neigung von 30° . Die Täuschung findet so gut beim monocularen, wie beim binocularen Blicke statt.

Ich füge jetzt den früheren Betrachtungen über die Verschiebung der Stäbchen hinzu, daß die *Beweglichkeit* der Stäbchenschicht nicht in allen *Richtungen* der Netzhaut gleich groß ist, daß dieselbe von dem *Accommodationsszustande* des Auges und von dem *Wettstreite* der correspon-

dirende
das W
schen
Am
ticaler
jedoch
ist ihre
eine d
in we
zufolge
am sch
wenn s
sich et
Inte
man be
auf ei
rechte
pelbild
rende
nach e
Folge,
erschei
vollstä
rechts
laufen,
broche
Wettst
Nim
dass sic
welche
pseudo
W
accou
sen au
auf die
Bertie
schein
Pogg

direnden Stäbchen des anderen Auges mit abhängt (Ueber das Wesen des *Wettstreites* vergl. §. 13 der physiologischen Optik).

Am wenigsten beweglich scheint die Netzhaut in *verticaler* und in *horizontaler* Richtung zu seyn; in ersterer jedoch noch etwas weniger als in letzterer: am größten ist ihre Beweglichkeit in *schrägen* Richtungen und es muss eine der Neigung von 45° naheliegende Richtung geben, in welcher die Beweglichkeit ein *Maximum* erreicht. Demzufolge erscheint die pseudoskopische Ablenkung der Streifen am schwächsten, wenn sie vertical stehen, etwas stärker, wenn sie horizontal laufen, am stärksten jedoch, wenn sie sich etwa unter einen Winkel von 45° neigen.

Interessant ist die Wirkung des *Wettstreites*. Wenn man beim binocularen Anblicke der Fig. 19 Taf. II die Augen auf einen näheren Punkt convergiren lässt, so dass das rechte Doppelbild des ersten Streifens auf das linke Doppelbild des zweiten Streifens fällt, so werden *correspondirende* Stäbchen der beiden Augen durch die Querstriche nach *entgegengesetzten* Seiten abgelenkt. Dies hat zur Folge, dass sie *gar nicht abgelenkt* werden, sondern *parallel* erscheinen. An der Stelle der Querstriche sieht man keine vollständigen Kreuze, sondern theils Striche, welche von rechts nach links, theils solche, welche von links nach rechts laufen, theils abgebrochene Stücke der einen, theils abgebrochene Stücke der anderen Art, wie es dem Effecte des *Wettstreites* vollkommen entspricht.

Nimmt man den Convergenzpunkt der Augen so nahe, dass sich die Doppelbilder des ersten und dritten Streifens, welche einander gleich sind, decken, so entsteht wieder die pseudoskopische Ablenkung.

Wenn man das Auge auf einen hinreichend *nahen* Punkt *accommodirt*, hört die pseudoskopische Ablenkung der Streifen auf: ich nehme daher an, dass durch Accommodation auf die *Nähe* die Beweglichkeit der Stäbchen *vermindert* wird. Berücksichtigt man hierbei noch, dass sich bei jeder falschen Accommodation die Aufmerksamkeit auf das Object

vermindert und dass die Details desselben undeutlicher und demzufolge weniger effectvoll werden; so leuchtet ein, dass mit der Naheaccommodation eine erhebliche Verminderung der pseudoskopischen Ablenkung verbunden seyn muss. Wenn man das Auge auf einen hinreichend entfernten Punkt accommodirt, z. B. indem man in die Figur ein Loch macht und durch dieses Loch auf ein entfernteres Object blickt, wird die pseudoskopische Ablenkung ebenfalls schwächer, jedoch nicht in dem Maasse, wie bei der Accommodation auf die Nähe: ich nehme daher an, dass zwar die Beweglichkeit der Stäbchenschicht mit der Accommodation auf die Ferne zunimmt, dass jedoch der entgegengesetzte Effect der verminderten Aufmerksamkeit und Deutlichkeit überwiegt, so dass trotz der grösseren Beweglichkeit der Stäbchenschicht, eine schwächere Ablenkung zu Stande kommt, welche indessen immer grösser bleiben wird, als die durch Naheaccommodation erzeugte.

Wenn man die Fig. 11 Taf. II dem Auge hinreichend nähert oder von dem Auge hinreichend entfernt; so verliert sich die pseudoskopische Ablenkung allmählich bis zum endlichen Verschwinden, weil die Querstriche sowohl bei der genügenden Annäherung in Folge ungenauer Accommodation, als auch bei der genügenden Entfernung in Folge der Abnahme ihrer Intensität und ihres Netzhautbildes immer mehr und mehr ihre ablenkende Wirkung einbüßen.

Die mit der Veränderung der Accommodation verbundene Variabilität der Beweglichkeit der Stäbchenschicht erzeugt gewisse pseudoskopische Bewegungen, auf welche noch nicht aufmerksam gemacht worden ist. Indem man beim monocularen Ausblicke der Fig. 19 mit *vertical* stehenden Streifen mittelst des *rechten* Auges dieses Auge entfernt accommodirt, rücken die Querstriche am ersten und dritten Streifen abwärts und am zweiten und vierten Streifen aufwärts; indem man das rechte Auge näher accommodirt, rücken die Querstriche am ersten und dritten Streifen aufwärts und am zweiten und vierten Streifen abwärts. Beim monocularen Blicke mit dem *linken* Auge ergeben sich die entgegengesetzten Bewegungen.

Hält man die Figur so, dass die Streifen horizontal liegen, so erzeugt eine Veränderung der Accommodation diese Bewegung der Querstriche nicht. Wohl aber ergiebt sich jetzt ein sehr lebendiges Laufen der Querstriche, wenn man die Figur mit sehr hochgehabenem oder mit sehr tief gesenktem Kopfe monocular oder binocular anblickt. Betrachtet man mit sehr gehobenem Kopfe, also von oben herab, indem man die Figur so vor sich hält, dass der Streifen ab oben und gh unten liegt; so laufen die Querstriche, indem man den Kopf höher hebt, so, wie wenn ihre unteren Stücke an den Streifen ausglitten, also wie die Pfeile bei b, d, f, h anzeigen. Betrachtet man dagegen mit sehr tief gesenktem Kopfe, also von unten herauf; so laufen die Querstriche, indem man den Kopf tiefer senkt, so, wie wenn ihre oberen Stücke an den Streifen ausglitten, also wie die Pfeile bei a, c, e, g andeuten.

Um die Querstriche bei *verticaler* Lage der Längenstreifen ohne Accommodationsveränderung in Bewegung zu bringen, muss man den Blick stark seitwärts wenden. Betrachtet man die Fig. 19 Taf. II mit einem oder mit beiden Augen, so verrücken sich die Querstriche nach den Pfeilen a, c, e, g, wenn man die Nase weit nach rechts dreht; und sie verrücken sich nach den Pfeilen b, d, f, h, wenn man die Nase weit nach links dreht.

Auch *mechanischer Druck* oder vielmehr *mechanische Drehung* des Auges durch äusseren Druck erzeugt ein Gleiten der Querstriche. Drückt man das Auge so, dass es in einer auf den Längenstreifen normal stehenden Ebene rollt, so laufen die Querstriche längs den Längenstreifen, also normal zur Drehungsebene des Auges, und zwar nach den Pfeilen a, c, e, g, wenn sich die Augenaxe in der Richtung des Pfeiles A dreht, und nach den Pfeilen b, d, f, h, wenn sich die Augenaxe in der Richtung des Pfeiles B dreht.

Zur Erklärung dieser pseudoskopischen Bewegungen sey ab, cd (Fig. 21 Taf. II) das Netzhautbild zweier Längenstreifen und in diesem Streifen seyen zwei Stäbchenreihen

starr an ihren Ort gefesselt. Wird jetzt die gesamte Stäbchenmasse der Netzhaut in der Richtung des Pfeiles *B* gedrängt; so werden Stäbchen, welche in einer schrägen Linie wie *ik* zusammenhaften, längs *ab* in der Richtung des Pfeiles *b* gleiten, während Stäbchen, welche in der Linie *lm* zusammenhaften, längs *dc* in der Richtung des Pfeiles *d*, also in entgegengesetzter Richtung gleiten. In Folge dieser Bewegungen treten die Stäbchen *i'k'* und *l'm'* an die Stelle von *ik* und *lm*. Wird die Stäbchenmasse in der Richtung des Pfeiles *A* gedrängt; so kehren sich Bewegungen nach den Pfeilen *a*, *c* um.

Diese Bewegungen der Stäbchenreihen *ik*, *lm* haben entsprechende scheinbare Gleitbewegungen der Querstriche an den Zöllner'schen Streifen zur Folge. Der Eintritt der Stäbchen *i'k'* in das Lichtbild *ik* hat die Wirkung, wie wenn sich das dem Bilde *ik* entsprechende Object an den Ort des dem Bilde *i'k'* entsprechenden Objectes bewegte. Diese Bewegung ist der Richtung *i'i'* entgegengesetzt, also der Richtung *i'i* oder der Gleitbewegung der Stäbchen *ik* längs *ab*, wie sie der Pfeil *b* angibt, gleich. Den Bewegungen in der Netzhaut, welche durch die Pfeile *a*, *b*, *c*, *d*... angegeben sind und welche durch die Schubkräfte *A* oder *B* erzeugt werden, entsprechen daher *scheinbare Bewegungen*, welche in Fig. 19 Taf. II mit den gleichnamigen Pfeilen *a*, *b*, *c*, *d*... angedeutet sind. Da nun die letzteren scheinbaren Bewegungen bei der Drehung der Augenaxe nach den Pfeilen *A*, *B* erzeugt werden, so müssen mit diesen Drehungen der Augenaxe die durch die gleichnamigen Buchstaben *A*, *B* in Fig. 21 Taf. II angedeuteten Tendenzen zur *Verschiebung der Stäbchen* verbunden seyn. Das ganze Bewegungsphänomen erklärt sich hiernach durch die Annahme, daß wenn sich das Auge nach irgend einer Seite, also in der beliebigen Richtung des Pfeiles *C* in Fig. 22 vermöge der Wirkung der *Augenmuskeln* dreht und zwar bis an die Gränze, welche diese Muskeln zulassen, die Netzhaut etwas zurückbleibt, sich also nach dem Pfeile *C* in der Kugelschale verschiebt. Diese Annahme

ist deshalb sehr plausibel, weil bei starken Drehungen der starke Sehnen, in welchem die Fasern der Netzhaut zusammenfließen, einen Widerstand erzeugen wird, welcher die Netzhaut etwas zurückhält. Würde nun das Auge, indem es eine feste Stellung zu behaupten sucht, durch einen äusseren mechanischen Druck aus dieser Lage getrieben, so dass seine Axe sich in der Richtung des Pfeiles *A* in Fig. 23 und 19 dreht; so muss, weil jetzt die Augenmuskeln entgegengesetzt wirken, eine Verschiebung der Netzhaut nach der Richtung des Pfeiles *A* erfolgen.

Hierdurch sind alle diejenigen vorstehenden Bewegungen erklärt, welche auf einer starken Drehung des Auges durch die Augenmuskeln oder durch äusseren Druck beruhen. Hinsichtlich der mit Nahe- und Fernaccommodation verbundenen Bewegungen brauchen wir dann nur noch die mit der letzteren Annahme harmonirende Hypothese hinzuzufügen, dass bei der Naheaccommodation, wo sich das Auge nach innen dreht, eine Verschiebung der Netzhaut nach innen (Fig. 22) und dass bei der Fernaccommodation, wo sich das Auge nach außen dreht, eine Verschiebung der Netzhaut nach außen stattfindet.

Ich erlaube mir jetzt, einige auf der Verschiebung der Stäbchen beruhenden stereoskopischen Täuschungen zu besprechen. In Fig. 24 Taf. II ist eine Zicksachlinie *abcde* parallel mit sich selbst mehrmals übereinander gezeichnet. Wenn man diese Figur vertical hält, so erscheint sie eben.

Sowie man dieselbe aber nach hinten überneigt, erscheint *ch* als vorspringender, *bg* und *di* als zurückspringender Rücken, und die Täuschung verstärkt sich, je flacher die Ebene der Figur gehalten wird, wiewohl sich die scheinbare Erhöhung und Vertiefung der Rücken vermindert. Neigt man die Figur nach oben über, so erscheint *ch* als zurückspringender, *bg* und *di* als vorspringender Rücken. Allgemein, wenn man der Ebene der Figur irgend eine beliebige Richtung und Stellung im Raum gibt, so erscheinen die Linie *bg*, *di* als erhobene Rücken

und die Linien *ch* als vertiefte Rinnen, sobald die Linie *fghik* weiter vom Auge entfernt ist, als die Linie *abcede*, und umgekehrt erscheinen die Linien *bg*, *di* als vertiefte Rinnen und die Linien *ch* als erhobene Rücken, sobald die Linie *fghik* dem Auge näher liegt, als die Linie *abcede*.

Zieht man durch die parallelen Querlinien *ab*, *fg* und *bc*, *gh* usw. parallel zu *af* Längenlinien nach Figur 25, so verlieren dieselben bei der Ueberneigung der Fläche ihre pseudoskopische Ablenkung und erscheinen um so besser *parallel*, je mehr die Querlinien *geneigte Ebenen* zu bilden scheinen.

Wir sehen, pseudoskopische Ablenkung in der Ebene der Figur und pseudostereoskopische Abweichung von der Ebene dieser Figur stehen einander entgegen. Die Erklärung beider Effecte liegt in Folgendem.

Wenn *abcde* in Fig. 26 das Netzhautbild einer Zacklinie ist, so werden die darin liegenden Stäbchen nach Obigem längs der Linie *ab*, *bc*, *cd*, *de* zusammenrücken. Eine solche Zusammenrückung wird, da die jenseits *a* und *e* liegende Stäbchenmasse, besonders bei *paralleler Wiederholung der Zacklinie* einen gewissen Widerstand leistet, eine Abweichung der Stäbchenreihe *abcde* in die Lage *a'b'c'd'e'* zur Folge haben, wobei sich die einzelnen Strecken verkürzen, ohne die Endpunkte *a* und *e* so wesentlich zu verrücken, wie es ohne den Widerstand bei *a* und *e* geschehen würde. Die Stäbchen verschieben sich also in der Richtung der Pfeile, d. h. gegen die Spitzen des Zicksacks im Netzhautbilde. Die Figur *a'b'c'd'e'* hat *stumpfere* Winkel, als die Figur *abcde*; da aber in Folge dieser Verkürzung Stäbchen, welche auf der entgegengesetzten Seite des Netzhautbildes *abcde* liegen, in dasselbe hineinrücken; so wird das Zack mit *spitzeren* Winkeln erscheinen, als es wirklich hat. Letzteres gilt jedoch nur für den Fall, dass die Sehlinie normal auf der Ebene der Figur steht; sobald sich diese Ebene gegen die Sehlinie neigt, kombiniert sich mit der eben bezeichneten Verschiebung der Stäbchen ein anderer, der die Stäbchen nach oben neigt.

chen ein zweiter Effect, welcher folgendes Gesetz zur Grundlage hat.

Die Beweglichkeit der Stäbchen ist um so grösser, je schlaffer die Accommodation ist, sie ist daher grösser bei der Fernaccommodation, als bei der Naheaccommodation. Wenn das Auge von Lichtstrahlen getroffen wird, welche aus verschiedenen Entfernungen stammen, so ist, weil sich jede Nervenfaser für sich zu accommodiren strebt, die Beweglichkeit an denjenigen Stellen grösser, wo die Lichtbilder der entfernteren Objecte liegen, als in den Stellen der Lichtbilder der näheren Objekte.

Halten wir nun die Ebene der Figur 24 normal zur Sehlinie, so sind von einem Zickzack wie *fghik* alle Punkte gleichweit vom Auge entfernt; es findet also in allen Ecken *g, h, i* eine gleiche Beweglichkeit der entsprechenden Stäbchen statt und es liegt kein Grund zu stereoskopischer Täuschung vor. Neigen wir aber die Ebene der Figur gegen die Sehlinie so, dass sich das Zickzack *fghik* weiter entfernt, als das Zickzack *abcde*; so liegt jede Ecke wie *g, i* vom Auge entfernt, als jede Ecke wie *h*; es findet also in den Ecken *g* eine grössere Beweglichkeit der Stäbchen statt, als in den Ecken *h*. Da sich im Netzhautbilde die Stäbchen gegen die Spitzen der Zickzacke bewegen, so tritt für die Ecke *g* ein weiter über dieselbe hinaus liegendes Stäbchen in das Netzhautbild ein, als für die Ecke *h*. Dieses weiter über die Ecke *g* des Netzhautbildes hinaus liegende Stäbchen entspricht aber einer Visirlinie, welche die Ebene der Figur jenseits *g*, etwa in *g'* trifft. Da nun das Auge in diesem Stäbchen auf die Entfernung des Punktes *g*, nicht auf die Entfernung des weiter entfernt liegenden Punktes *g'* accommodirt ist, so erscheint der Punkt *g* zwar in der Richtung, in welcher der Punkt *g'* liegt, aber in der Entfernung des Punktes *g*, mit hin vor der Ebene der Figur, wie es durch Fig. 27 Taf. II erläutert ist. Hieraus folgt, dass *bg* einen erhobenen Rücken zu bilden scheint. Die Punkte *h* erscheinen aus dem nämlichen Grunde hinter der Ebene der Figur; die Linie *ch*

erscheint also als *vertiefte Rinne*. Neigt man dagegen die Ebene der Figur so, daß sich das Zickzack *fghik* dem Auge nähert, so tritt das Umgekehrte ein, die Linien *bg* erscheinen als Rinnen und die Linien *ch* als Rücken.

Was nun den Widerstreit zwischen diesem pseudostereoskopischen Erscheinungen und der pseudoskopischen Ablenkung der Zöllner'schen Linien bei geneigter Lage der Ebene der Figur betrifft, so verschieben sich, wenn Fig. 28 Taf. II das Netzhautbild unserer Zickzackfigur mit Zöllner'schen Linien darstellt, die Stäbchen gegen die *Längenstreifen* parallel zu den Pfeilen und trennen sich dabei an den Längenstreifen, so daß also *abc* die Lage *a'b'c'* annimmt. Diese Bewegung walten um so mehr vor, je mehr die geraden Längenstreifen dominieren und demzufolge *steife Stäbchenreihen* bilden. Wenn die *Zicksackfigur* dominiert, findet keine Parallelverschiebung der kurzen Querreihen zwischen den Längenstreifen, sondern eine *Drehung* derselben dergestalt statt, daß an den Längenstreifen *keine Trennung* stattfindet, folglich *abc* in die Lage *ab'c* übergeht. Durch jene Trennung der Querreihen an den Längenstreifen sind aber allein die Kräftepaare bedingt, welche die Längenstreifen drehen und deren pseudoskopische Ablenkung erzeugen. Je mehr also die Zickzacke zur Geltung kommen, desto mehr wird die Ablenkung der Längenstreifen erschwert, desto mehr tritt dieselbe mithin gegen den stereoskopischen Effect zurück. Zur größeren Geltung gelangen die Zickzacke aber durch die *Neigung* ihrer Ebene gegen die Sehlinie in solchen Richtungen, wo die Zickzacke am einen Ende sich nähern und die am anderen Ende sich entfernen, weil sich hierdurch das Netzhautbild der Längenstreifen *verkürzt*, während das der Zickzacke nahezu dieselbe *Ausdehnung* behält.

Neigt man die Ebene der Figur so, daß alle Zickzacke *gleiche Entfernung* vom Auge behalten, indem man also die Linien *af* (Fig. 24) *normal zur Sehlinie* erhält, so behalten die Längenstreifen ihre natürliche Ausdehnung im

Netzhaut eines Zwendung ausgehend vom A sich in diesem behalten

Ind schiebe gegen Hierin scheint

Au rung d zustand die all richtur worde physio gen u kere section

Di ruft a jectes pische weilen Stäbchen. ter F Kreis

Se pseud nen, Zeit

Netzhautbilde; außerdem findet auf die einzelnen Theile eines Zickzackes nicht mehr die frühere Argumentation Anwendung, indem sich alsdann die von einer Ecke wie *g* ausgehenden Theile *gf* und *gh* nicht in gleicher Weise vom Auge entfernen, sondern *gf* sich nähert, während *gh* sich entfernt. Demzufolge erscheint die Zickzackfigur in diesem Falle nicht stereoskopisch und die Längenstreifen behalten ihre pseudoskopische *Ablenkung*.

Indem sich die Stäbchen aus irgend einer Ursache verschieben, ändert sich auch mehr oder weniger ihre *Neigung* gegen die Netzhaut und die *Krümmung* der letzteren Haut. Hierin liegt eine Unterstützung der pseudoskopischen Erscheinungen, welche ich in §. 48 der physiologischen Optik betrachtet habe.

Außerdem ist mit dieser Verschiebung eine Veränderung der Wirkung der Stäbchen auf den Accommodationszustand der *Linse*, insbesondere auf die *Aberration* und die allgemeine *Zerstreuung* des Lichtes in den Durchgangsrichtungen, welche von den betreffenden Stäbchen beherrscht werden, verbunden. Hieraus entspringen die in §. 56 der physiologischen Optik beschriebenen *Irradiationserscheinungen* und *Lichtsäume* in gemusterten Flächen, deren stärkere und schwächere Entwicklung mit der fraglichen Affection der Stäbchen im innigsten Zusammenhange stehen.

Die stärkere und schwächere Zerstreuung des Lichtes ruft außerdem eine Täuschung über die *Helligkeit* des Objetes in gewissen Linien hervor oder erzeugt *pseudoskopische Lichter* und *Schatten*. Solche Zustände bieten zuweilen kein sehr stabiles Gleichgewicht dar, indem sich die Stäbchen unter mancherlei Einflüssen hin und her bewegen. Hieraus entspringt das *Wollen und Strahlen* gemusterter Flächen, wie es z. B. eine mit engen concentrischen Kreisen bezogene Fläche zeigt.

Schliesslich sind neben den schon vorhin bezeichneten pseudoskopischen *Bewegungen* noch diejenigen zu erwähnen, welche daraus entstehen, dass Stäbchen, welche längere Zeit in einem abnormen Spannungs- oder Bewegungszu-

stande erhalten sind, in diesem Zustande noch eine Zeit lang nach dem Erlöschen der objectiven Ursache verharren, während sie gleichzeitig von anderen Objecten bestrahlt werden. Hieraus entspringen *Nachwirkungen*, welche den *Nachbildern* in Folge starker Intensitätswirkung analog sind. Wenn man z. B. lange und angestrengt auf eine bewegte Fläche, etwa auf einen Fluß gesehen hat, und alsdann den Blick auf eine feste Fläche wendet, ohne dieselbe jedoch scharf zu fixiren; so scheint diese Fläche in einer der früheren entgegengesetzte Bewegung zu gerathen. Mit der Bewegung des Lichtstrahles auf der Netzhaut ist nämlich die Neigung jedes berührten Stäbchens zum *Nachfolgen* verbunden. Vermöge der Fixation wird das wirkliche Nachfolgen verhütet, indem beim Fortrücken des Strahles das benachbarte Stäbchen die Fixation aufnimmt und in dem früher getroffenen Stäbchen nur die Tendenz zum Nachfolgen zurücklässt. Hört nun die Bewegung des Lichtstrahles auf, so dauert doch die Neigung der Stäbchen zur Fortrückung in der früheren Bewegungsrichtung des Netzhautbildes fort und gelangt jetzt auch zur Ausführung, wenn diese Stäbchen in Folge einer gewissen Ermüdung des Auges nicht durch scharfe Fixation an das neue Object gefesselt werden können. So wie sich aber die Stäbchen in dieser Richtung verschieben, tritt in einem späteren Momente ein rückwärts liegendes Stäbchen in einen vorderen Platz oder in das Netzhautbild des neuen Objectes, dieses Object scheint also in entgegengesetzter Richtung des früheren Objectes zu wandern.

Wenn irgend Etwas geeignet ist, die viel verbreitete Ansicht, dass das räumliche Sehen wesentlich auf Ueberlegung und auf Erfahrung beruhe, zu widerlegen, so sind es die im Vorstehenden betrachteten pseudoskopischen Erscheinungen. Wir kennen die *Unwahrheit* der Erscheinung, unser Verstand sagt uns, dass das Object eine ganz andere Gestalt habe, aber das Auge kümmert sich um keine Reflexion und keine Abstraction; es sieht nicht auf Grund *intellektueller*, sondern auf Grund *sensueller* Prozesse und zeigt uns demzufolge das Object genau nach Maßgabe

der physiologischen Affectionen. Dieselbe pseudoskopische Erscheinung in Beziehung auf *Form*, *Entfernung* und *Bewegung* stellt sich jedem Auge, sowohl dem Auge des klügsten Denkers, als dem Auge des dümmsten Idioten dar; sie entsteht auch sofort und ganz bestimmt beim Anblitze der Figur, bedarf also keiner Erfahrung und keiner Uebung zu ihrer Verwirklichung.

Wie das *Denken*, so ist auch das *Sehen* eine selbstständige, unabhängige organische Thätigkeit: der *Verstand* mit seinem materiellen Prozesse im großen *Gehirne* und das *Gesicht* mit seinem materiellen Prozesse im *Auge* und im *Sensorium* sind die selbstständigen *Vermögen* und *Organe* für jene Thätigkeiten. Sie bedingen principiell einander nicht; aber sie stehen als Eigenschaften eines und desselben einheitlichen Organismus in einem gesetzmäßigen *Zusammenhange*, in einer *Wechselwirkung* und gegenseitigen *Beeinflussung*. Die letztere Beziehung zu einander hebt ihre principielle Unabhängigkeit nicht auf; vermöge des Verstandes bilden wir aus den *Gesichtseindrücken* *Begriffe* und *vermöge* des Gesichtes kleiden wir reine *Begriffe* in *räumliche Formen*. Der *Raum* ist ein *subjectiver Zustand* unserer *Sinnlichkeit*, speciell des *Gerichtes*, nicht ein *subjectiver Zustand* unseres *Denkvermögens*. Wie der Verstand den abstracten *Begriff* in die *Sinneserscheinung*, so trägt das *Auge* die Vorstellung des *Raumes* hinaus in die objective *Wirklichkeit* (vergl. §. 83 der physiologischen Optik.)

Ich beschließe diese Untersuchungen über die pseudoskopischen Erscheinungen mit der Bemerkung, daß dieselben vorzüglich geeignet sind, Licht über das Wesen der *optischen Täuschungen* und der *Sinnestäuschungen* überhaupt zu verbreiten.

Die meisten Objecte, wie namentlich die optischen und akustischen, wirken nicht *unmittelbar*, sondern durch Vermittlung eines *Mediums*, z. B. der *Luft*, des *Wassers*, der *Brille*, des gefärbten Glases usw. auf unser *Sinnesorgan* ein. Ein solches Medium kann den objectiven Strahl mö-

dificiren, so dass derselbe in der Weise, wie er das Sinnesorgan trifft, nicht dem normalen Ausgange von dem *wirklichen Objecte*, sondern von dem *scheinbaren Objecte* entspricht. Diese Substitution des *scheinbaren Objectes* für das wirkliche, wie sie z. B. bei der Fatamorgana in Folge der Spiegelung, bei der Vergrößerung durch die Lupe, bei der Färbung durch ein farbiges Glas usw. eintritt, ist zwar auch eine Täuschung; allein diese Klasse von Erscheinungen, bei welchen nur der *äußere oder objective Proces abnorm*, der *innere oder subjective Proces* aber *normal* ist, so dass die *Sinneserscheinung dem physiologischen Sinnesprocesse* adäquat ist, gleichviel, ob diese Erscheinung dem *wirklichen* oder einem andern, *scheinbaren Objecte* entspricht, bietet keine Schwierigkeit der Erklärung dar, sondern nur diejenige Klasse, wo die Erscheinung oder das *scheinbare Object* dem in das Sinnesorgan eintretenden Strahlensysteme nicht entspricht.

Die gewöhnliche Ansicht geht dahin, dass eine Sinnestäuschung der letzteren Art, mag sie die Form, die Farbe, die Intensität oder irgend eine Eigenschaft des sinnestäubigen Objectes betreffen, auf einem *psychischen Vorgange*, auf einem *Irrthume der Seele* über den Sinnesproces, also auf einer *Abnormität zwischen dem geistigen und dem physiologischen Processe* beruhe. Ich halte diese Ansicht für entschieden falsch. Aufser der vorhin erwähnten abnormalen Beeinflussung des *objectiven Proceses* durch ein äusseres Medium giebt es eine zweite Art von Abnormitäten, welche auf einer Beeinflussung des Proceses durch das *Sinnesorgan selbst*, durch die Linse, durch den Glaskörper, durch die Stäbchen, durch die übrigen Schichten der Netzhaut, durch die Nervenfasern usw., überhaupt durch die Organe, welche den *objectiven Proces* in den *physiologischen umwandeln*, und welche zwischen dem äußersten peripherischen Punkte des Sinnesorgans (der Hornbaut) und dem *Sensorium* liegen, beruht. Dies ist die Klasse der *eigentlichen Sinnestäuschungen*. Wie eine solche Täuschung auch beschaffen seyn möge, *immer entspricht die Erscheinung dem physio-*

*eine T
dern u
deshalb
logisch
jective
immer
des Si*

*Au
kommt
überall
sonder
Hierzu
durch
gerufen
welche
Blut,
theils i
theils i
werden
Krankh
keiten o
oder d
auf da
das Se
Im Tr
das Si
das Ge
ver Pr
iminer
der Eu
und v
bis in
hervor
periph
Nerve*

physiologischen Processe; es handelt sich dabei nicht um eine Täuschung oder fehlerhafte Thätigkeit der Seele, sondern um eine ganz normale *Seelenthätigkeit*, welche nur deshalb eine falsche Vorstellung erweckt, weil der *physiologische Nervenproces*s nicht in normaler Weise dem objectiven Processe entspricht. *Die falsche Vorstellung ist immer durch den physiologischen Proces nach den Gesetzen des Sinnesorganes zu construiren.*

Aufser dieser Klasse der eigentlichen *Sinnestäuschungen* kommt die Klasse von Erscheinungen in Betracht, welche überall nicht durch äußere Objecte oder objective Processe, sondern durch subjective Thätigkeiten erweckt werden. Hierzu gehören die Productionen der *Phantasie*, welche durch die auf Freiheit gegründete *Geistesthätigkeit* hervorgerufen werden, und die *subjectiven Sinneserscheinungen*, welche durch *animalische Lebensprocesse* (veraüflicht durch Blut, durch Nerventhätigkeit, durch Stoffwechsel usw.) theils im peripherischen Sinnesorgane (wie die Nachbilder) theils im Sensorium, theils im Gehirne überhaupt, erzeugt werden. *Die Traumgestalten und die Visionen in der Krankheit* sind Combinationen dieser letzten beiden Thätigkeiten; der ursprüngliche Erreger ist jedoch die Vitalität oder der animalische Lebensproces, welcher theils direct auf das Gehirn, also die Seelenthätigkeit, theils direct auf das Sensorium, theils direct auf das Sinnesorgan wirkt. *Im Traume* findet die directe Wirkung vornehmlich auf das Sinnesorgan, in der *Krankheit* dagegen vornehmlich auf das Gehirn statt. In allen diesen Fällen, wo kein *objectiver Proces*s vorhanden ist, wird meines Erachtens doch immer der sensuelle oder physiologische Proces, welcher der Erscheinung entspricht, vom Gehirne her im Sensorium und von da aus in der Richtung der sensuellen Nerven bis in das Sinnesorgan (soweit dasselbe vorhanden ist) hervorgerufen, in sofern derselbe nicht schon in einem dem peripherischen Sinnesorgane näher gelegenen Punkte der Nervenleitung erzeugt wird.

VII. Ueber die Wärme des elektrischen Funken;
von A. Paalzow.

Einschlag.

Zur Prüfung eines elektrischen Zündapparates, welcher den Zündstoff durch einen Funken zünden sollte, war die Kenntniß der Wärme desselben nothwendig. Es existiren über den Gegenstand ältere Versuche, welche in Riess' Lehre von der Reibungselektricität zusammengestellt sind (§§. 500 und 700). Die neuere Versuche darüber sind ausgeführt von:

Poggendorff, Berliner Monatsberichte 186 S. 319 — 377.

Pogg. Ann. Bd. XCIV, S. 310 und 632 — 637 und

(Pogg. Ann. Bd. CXXI, S. 307 und von Reitlinger, Zeitschrift für Mathematik und Physik,

Bd. VIII, S. 146 — 149. Diese Versuche ergeben, dass eine Reihe von Funken der Elektrisirmaschine, wenn sie zwischen Holz und Holz oder Holz und Metall überschlagen, sowie auch eine Reihe von Funken der Inductorien eine bedeutende Erwärmung verursachen, dagegen ist es nicht gelungen, bei den einzelnen Funken der Leydener Batterie die Wärme des Funken direct nachzuweisen, denn weder ein in der Nähe des Funken aufgestelltes Quecksilberthermometer, noch eine Thermosäule mit Multiplicator zeigten eine Spur von Erwärmung.

Nur Knochenhauer beobachtete in einem Riess'schen Luftthermometer, in welchem sich statt des Platindrahtes zwei Elektroden befanden, zwischen denen der Funke übersprang, eine Depression der Flüssigkeitssäule und fand dieselbe abhängig von der Menge und Dichtigkeit der Elektricität, schrieb sie aber nicht der vom Funken erzeugten Wärme, sondern der mechanischen Bewegung der Luft zu.

In den nachfolgenden Versuchen kam es hauptsächlich

darauf an, die Abhängigkeit der Wärme des Funkens nicht allein von der Menge und Dichtigkeit der Elektricität, sondern auch vom Widerstände des Apparates kennen zu lernen, und da diese drei Grössen sich bei der Leydener Batterie am leichtesten variiren und messen lassen, so wurden zunächst die Wärmeverhältnisse bei diesen Funken untersucht und folgende Resultate gefunden:

Die Wärme des Funkens nimmt zu mit der Menge und Dichtigkeit der Elektricität, sie hat beim nothwendigen Widerstände den grössten Werth, nimmt mit wachsendem Widerstände ab und erreicht ein Minimum, wächst zu einem zweiten Maximum heran, welches aber kleiner ist, wie das beim nothwendigen Widerstände, fällt dann allmählich ab zu Null, wenn der Widerstand so gross geworden ist, dass sich die Batterie nicht mehr entladet.

Schilderung der Versuche.

Zu den Versuchen diente eine Holtz'sche¹⁾ Elektrisirmaschine und eine Batterie von 12 Flaschen, jede von 0,314 Quadratmeter innerer Belegung. Die Wärme des Funken wurde nach drei verschiedenen Methoden bestimmt,

I. Methode mit der Thermosäule und dem Thermomultiplicator.

Eine Thermosäule von Hrn. Sauerwald aus 49 Wismuth und Antimon-Elementen bestehend wurde auf der einen Seite mit einer cylindrischen Kappe von Kammmasse versehen, in welche Messingcylinder von 2,6^{mm} Dicke mit halb kugelförmig abgerundeten Enden in verschiedene Entfernung von einander eingeschraubt werden konnten.

Diese Elektroden standen senkrecht zur Axe der cylind-

1) Durch besondere Versuche wurde die Constantz der Ladung der Batterie vermittelst einer solchen Maschine in der Weise festgestellt, dass sowohl bei gegebener Schlagweite zur Ladung der Batterie stets dieselbe Anzahl von Maafslaschen erforderlich war, als auch bei Entladung derselben in gegebener Schlagweite ein Rieß'sches Lufthermometer stets denselben Ausschlag gab.

drischen Kappe und blieben von den Elementen der Thermosäule soweit entfernt, daß kein Funke zu ihnen hinüberschlagen konnte. Durch diese Kappe wurde ein Luftquantum vor der einen Seite der Thermosäule luftdicht abgeschlossen, so daß beim Ueberspringen eines Funkens zwischen den Elektroden die erwärmten Metall- und Lufttheilchen sowohl durch Strahlung als auch durch Leitung auf die Thermosäule wirkten. Da sich die Luft in der Kappe nach der Erwärmung allmählich abkühlte, so stellte sich auch die Nadel ruhig auf Null ein, was die Beobachtung außerordentlich erleichterte¹⁾.

Der Thermomultiplicator, ebenfalls von Hrn. Sauerwald, hatte 100 Windungen von 15mm dicke Kupferdraht und ein astatisches Nadelpaar. In den Schließungsbogen der Batterie wurde bei den nachfolgenden Versuchen ein Funkenmikrometer mit Kugeln von 16mm Durchmesser und die Elektroden in der Kappe der Thermosäule 0,2mm von einander entfernt eingeschaltet.

Nachdem die Mikrometerkugeln auf eine bestimmte Entfernung eingestellt waren, wurde die Elektrisirmaschine, deren einer Conductor mit der inneren Belegung der Batterie und deren anderer mit der äusseren Belegung und den Gasröhren des Hauses verbunden war, so lange gedreht, bis eine Selbstentladung der Batterie erfolgte.

Abhängigkeit der Wärme des Funken von der Elektritätsmenge bei konstanter Dichtigkeit und constantem Widerstände.

Die Entfernung der Mikrometerkugeln betrug 2mm, der Schließungsbogen bestand aus kurzen dicken Kupferdrähten;

1) Auch die Erwärmung eines Drahtes durch die Batterie-Entladung läßt sich auf diese Weise mit der Thermosäule sehr gut messen, wie mich einige vorläufige Versuche darüber belehrt haben.

Durch eine besondere Untersuchung aber muß festgestellt werden, welche Form der Kappe und der Thermosäule zu geben ist, damit der Apparat möglichst genau und empfindlich werde und ob derselbe dann ebenso gute Resultate gebe, wie das Rieß'sche Lufthermometer.

die folgende Tabelle giebt für die Anzahl der Flaschen die Erwärmung in Graden des Multiplicators.

Anzahl der Flaschen	Erwärmung in Graden des Multiplicators
1	4°,4
2	5
3	7
4	14
8	30
12	45

Die Wärme des Funkes nimmt also mit wachsender Elektrizitätsmenge zu.

b. Abhängigkeit der Wärme des Funkens von der Dichtigkeit der Elektricität.

Die Batterie bestand aus 4 Flaschen. Der Widerstand war derselbe wie vorher. Die folgende Tabelle giebt zu der Entfernung der Mikrometerkugeln die zugehörige Erwärmung.

Entfernung der Mikrometerkugeln	Erwärmung in Graden des Multiplicators
4mm	5°,5
2	12
3	23
4	30
5	40
6	43

Die Wärme des Funken nimmt also mit wachsender Dichtigkeit der Elektricität zu.

c. Abhängigkeit der Wärme des Funkens von dem Widerstände.

Die Batterie bestand aus 8 Flaschen. Die Entfernung der Mikrometerkugeln betrug 4mm. Als Widerstand wurde eingeschaltet:

1) Neusilberdraht 0,2mm dick. Die folgende Tabelle giebt zur Länge des eingeschalteten Drahtes die zugehörige Erwärmung:

Länge des Drahtes	Erwärmung in Graden des Multiplicators
0 ^m ,5	15°
2	5
4	3
8	1,5
16	1
0 ^m	55°

2. Es wurde eingeschaltet eine 9mm weite Glasmöhre mit destillirtem Wasser; die folgende Tabelle gibt zur Länge der eingeschalteten Wassersäule die zugehörige Erwärmung

Länge der Wassersäule	Erwärmung in Graden des Multiplicators
1"	7°
2	9
3	10
8	13
11	14
17	15
23	25
26	37
32	47
0	55

Die beiden letzten Tabellen zeigen, dass mit wachsendem Widerstande des Neusilberdrahtes die Wärme des Funkens abnimmt, und dass mit wachsendem Widerstande der Wassersäule dieselbe zunimmt¹⁾.

Kritik der Methode.

Der ablenkende Strom im Multiplicator kann außer durch die Erwärmung der Thermosäule noch durch Induction des Schließungsbogens der Batterie auf die Thermo-

1) Ich werde nach der Schilderung der zweiten Methode, mit welcher ich die meisten Versuchsserien angestellt habe, die Gründe dafür angeben, dass hier die Abnahme nur durch dünne Neusilberdrähte und die Zunahme nur durch destillirtes Wasser nachgewiesen ist.

säule und die Drähte des Multiplicators hervorgerufen seyn. Um die Größe des Einflusses solcher Inductionsströme kennen zu lernen, wurde statt der Elektroden ein Kupferdraht 2,5^{mm} dick in derselben Lage und Entfernung von der Thermosäule befestigt, als früher die Elektroden, aber ohne Kappe in den Schließungsbogen eingeschaltet. Eine Batterie von 12 Flaschen bei einer Entfernung von 0,4^{mm} der Mikrometerkugeln gab keinen bemerkbaren Ausschlag. Sobald sich der Draht in der Kappe befand, beobachtete man einen Ausschlag von 4°, der also der Erwärmung der Luft zuzuschreiben war.

C. Becquerel, Pogg. Ann. Bd. XLIX, S. 574, hat mit Hilfe der Thermosäule die Wärmeausstrahlung des elektrischen Funkens messen wollen. Die Elektroden blieben bei ihm 2^{cm} von der Thermosäule entfernt und befanden sich nicht in einer Kappe. Er beobachtete in dieser Entfernung keine Erwärmung der Thermosäule. Da mich die Wärme des Funkens, nicht seine Ausstrahlung interessirte, so habe ich deshalb die Elektroden in der geschil-derten Weise vor der Thermometersäule angebracht.

II. Methode mit Hilfe des Rieß'schen Lufthermometers.

Ein Rieß'sches Lufthermometer von Hrn. Sauer-wald wurde statt des gewöhnlich darin befindlichen spiralförmigen Drahtes mit zwei 4^{mm} dicken cylindrischen Elektroden, deren Enden halbkugelförmig abgerundet waren, versehen. Die Elektroden waren luftdicht in der Glaskugel des Lufthermometers befestigt und standen in demselben 5^{mm} von einander entfernt. In dem Schließungsbogen der Batterie befand sich nur diese Funkenstrecke, und die Batterie wurde so lange geladen, bis eine Selbstladung innerhalb dieser Schlagweite stattfand.

a. Abhängigkeit der Wärme von der Elektricitätsmenge bei konstanter Dichtigkeit und beim nothwendigen Widerstände.

Die folgende Tabelle gibt zu der Anzahl der Flaschen die Größe der Erwärmung in Linien des Lufthermometers.

Anzahl der Flaschen	Erwärmung
4	6",5
2	12
4	18
8	31
12	41

Die Erwärmung nimmt also auch hier mit der Elektricitätsmenge zu.

b. Abhängigkeit der Wärme des Funkens vom Widerstande.

Die Batterie bestand aus 4 Flaschen. Die Schlagweite blieb immer die von 5mm.

1. Es wurde eingeschaltet Eisendraht von 0,2mm Durchmesser. Die folgende Tabelle gibt für die Länge des Eisendrahtes die zugehörige Erwärmung.

Länge des Drahtes	Erwärmung des Luftthermometers
1' rheinl.	7"
2	5
4	4
28	2
56	0,5

Die Erwärmung nimmt also mit der Länge des Drahtes ab.

2. Ferner wurde als Widerstand eingeschaltet:

a. Zwei Glasmöhren mit concentrirter Kochsalzlösung gefüllt. Die erste von 80mm Durchmesser, die zweite von 20mm.

b. Zwei Glasmöhren mit Wasser gefüllt, die eine 8mm, die andere 4mm weit. In den nachfolgenden 4 Tabellen sind angeführt die Längen der eingeschalteten Wassersäulen und die dazu gehörige Erwärmung des Luftthermometers:

No. 1.

Glasrohr 80mm weit mit Kochsalzlösung. Die eine Elektrode 27mm dick die andere ein Messingring von 80mm.		Erwärmung des Luftthermometers
Entfernung der Elektroden 0'',5	18''	
" " "	11	
2		

No. 2.

Glasrohr 20mm weit mit Kochsalzlösung. Batterie und Schlagweite dieselbe		Erwärmung des Luftthermometers
Länge der Röhre 1''	7''	
" " " 2	5	
" " " 4	4	
" " " 11	2,5	
" " " 15	3	

No. 3.

Batterie von 12 Flaschen. Glasröhre 8mm weit mit Wasser		Erwärmung des Luftthermometers
Länge der Röhre 1''	4''	
" " " 4	5,5	
" " " 8	8,5	
" " " 16	15	
" " " 24	19	
" " " 32	23	
" " " 34	23	
" " " 36	23	
" " " 38	23	

Bei Tabelle No. 4 befanden sich zwei Funkenstrecken im Schließungsbogen, um die Elektricitätsmenge zu vergrößern. Die Batterie bestand aus 14 Flaschen. Die Funkenstrecke des Mikrometers betrug 6mm, die der Elektroden im Luftthermometer ebenfalls 6mm. Die Elektroden waren Messingzylinder mit Platin spitzen. Als Widerstand wurde eingeschaltet eine Glasröhre 4mm weit mit Wasser gefüllt.

No. 4.

Länge der Glasmöhre	Erwärmung
1"	7",5
2	10 ,5
4	13
8	14
16	18
32	25
64	28
84	19
100	10 } die Entladungen
120	8 } werden intermittirt.
0"	40"
0",5	{ 4" 5 ,5 die Röhre springt

Aus den Tabellen geht hervor, dass bei Einschaltung von geradlinig ausgespannten, dünnen Metalldrähten bis zu einer Länge von 55' nur eine Abnahme der Wärme des Funkens beobachtet wurde. Ebenso wurden bei Einschaltung von weiten Gefässen mit Kochsalzlösung gefüllt, die Abnahme der Erwärmung mit wachsendem Widerstande nachgewiesen. Die Zunahme und die darauf folgende Wiederabnahme der Erwärmung wurde bei diesen Reihen nur gewonnen durch Einschaltung von Röhren mit Wasser gefüllt. Die Versuche ergeben im Allgemeinen zunächst mit wachsendem Widerstande ein Minimum der Wärme und dann ein zweites Maximum.

e. Abhängigkeit der Wärme des Funkens beim zweiten Maximum und beim Minimum von der Elektricitätsmenge.

Beim nothwendigen Widerstände hat es sich gezeigt, dass die Wärme des Funkens mit der Elektricitätsmenge zunimmt. Um zu erfahren, ob eine solche Zunahme auch beim Minimum und zweiten Maximum stattfände, wurden die folgenden Versuche angestellt.

1) In dem Schließungsbogen der Batterie befanden sich

wiederum nur die halbkugelförmig abgerundeten Messing-elektroden 5^{mm} von einander entfernt. Der Widerstand wurde gebildet durch eine Wassersäule 4" dick und 38" lang. Die folgende Tabelle giebt die Zahl der Flaschen und die dazu gehörige Erwärmung.

Zahl der Flaschen	Erwärmung
1	2"
2	4
4	6
8	14
12	18

Man sieht also, dass auch beim zweiten Maximum die Wärme des Funkens mit der Elektricitätsmenge bei konstanter Dichtigkeit zunimmt.

2) Den Widerstand bildete eine Wassersäule 4" dick 2" lang. Die folgende Tabelle giebt zu der Anzahl der Flaschen die Grösse der Erwärmung.

Anzahl der Flaschen	Erwärmung
2	2",5
4	4
8	7
12	8

Es ergiebt sich also, dass auch beim Minimum die Wärme des Funkens mit der Elektricitätsmenge zunimmt, bei konstanter Dichtigkeit.

Kritik der Methode.

Knochenhauer, Pogg. Ann. Bd. LVIII, S. 229 hat mit dem Luftthermometer das Quantum der bei der Funkenentladung der Batterie verdrängten Luft nach dieser zweiten Methode gemessen. Rieß bemerkte dazu in seiner Elektricitätslehre, dass das langsame Aufsteigen der Flüssigkeit zeige, dass die Luft in der Kugel auch erwärmt worden sey; aber auch die lange Dauer des Absteigens scheint dasselbe zu beweisen. Uebrigens sprechen auch die Versuche der ersten und dritten Methode dafür, dass bei dem Luftthermometer selbst bei den Funken mit starker, mecha-

nischer Bewegung, der Endausschlag der Flüssigkeitssäule nur durch die Wärme der Luft hervorgebracht wird, denn bei diesen beiden andern Methoden ist die mechanische Bewegung der Luft von keinem Einfluss auf die Angaben der Messinstrumente.

Ferner könnte man gegen die Methode mit dem Luftpthermometer einwenden, dass der Sauerstoff der atmosphärischen Luft dabei verdichtet wird (siehe die Versuche von Andrews und Taite, Pogg. Annalen Bd. CXII, S. 273). Diese Contraction würde bei dem Durchgehen eines Funken sehr wenig betragen und der Werth der gewonnenen Zahlen nur durchweg dadurch ein wenig vergrößert werden.

III. Methode mit dem Quecksilberthermometer.

Die Wärme wurde gemessen durch ein Quecksilberthermometer von Geissler, welches in $\frac{1}{3}^{\circ}$ C. geheilt war. Die Elektroden bestanden aus 5^{mm} dicken, halbkugelförmig abgerundeten Messingcylindern 5^{mm} von einander entfernt. Das Thermometer stand so zwischen den Elektroden, dass die Funken über das Glas des Gefäßes gingen.

Von den vielen Versuchsreihen, die nach dieser Methode angestellt wurden, führe ich nur zwei Tabellen an, welche zeigen, dass die Erwärmung, sowohl beim ersten wie beim zweiten Maximum mit der Elektricitätsmenge zunimmt.

Tabelle No. 1.

Nothwendiger Widerstand Anzahl der Flaschen	Erwärmung in $\frac{1}{4}^{\circ}$ C.
1	1
2	1,2
4	1,5
8	2
12	3

Bei Tabelle No. 2 betrug die Entfernung der Elektroden nur 3^{mm}. Es wurde aber außerdem das Funkenmikrometer eingeschaltet, um die Elektricitätsmenge zu ver-

mehren. Die Kugeln derselben standen 3^{mm} von einander entfernt. Die Elektroden bestanden aus Messingcylindern mit Platinukugeln an den Enden versehen. Der Widerstand war der für das zweite Maximum, eine Wassersäule 30" lang, 4" dick.

Tabelle No. 2.

Anzahl der Flaschen	Erwärmung in $\frac{1}{3}$ ° C.
1	0,25
4	1
8	2
12	3

Kritik der Methode.

Außerdem dass die Ausschläge sehr klein sind, wird durch die Einschaltung des Thermometers die Art der Entladung wesentlich geändert. Dies geschieht besonders bei Einschaltung von flüssigen Widerständen und ich werde gleich nachher angeben, in wie fern die Wärme des Funken von der Art der Entladung abhängt.

Begleitende Erscheinungen.

Beobachtet man die den Funken begleitenden Erscheinungen, so findet man, dass die mechanische Bewegung beim ersten Maximum am größten ist, so dass darunter gehaltenes *semen lycopodii* weit fortgeschleudert wird. Bei den Funken im Minimum sieht man nur noch ganz fein die sogenannten *Abria'schen Linien*, bei dem zweiten Maximum bemerkt man überhaupt keine Bewegung der Luft mehr. Ferner unterscheiden sich die Funken auch optisch.

Die Intensität des Lichtes ist bei den Funken im ersten Maximum am stärksten, bei den Funken im Minimum hat die Intensität schon bedeutend abgenommen und bei den Funken im zweiten Maximum hat der Funke die Farbe und das zischende Geräusch des sogenannten Büschels.

Ich vermutete deshalb, dass auch bei den Funken der Elektrisirmschine die sogenannte Büschelentladung stärker erwärme, als die Funkenentladung, und ich habe deshalb

auch einige Versuche über die Wärme der Funken der Elektrisirmschine angestellt.

Wärme der Funken der Elektrisirmschine.

Bekanntlich wird der Büschel von der Elektrisirmschine am besten gewonnen, wenn man mit dem Conductor derselben eine Spitze in Verbindung bringt, während Funken erhalten werden, wenn man dem Conductor in geringer Entfernung eine Kugel gegenüberstellt. Es wurde nun von dem Conductor der Elektrisirmschine ein Draht nach der einen Kugel eines Funkenmikrometers geführt und von der zweiten Kugel desselben nach der einen Elektrode mit Platin spitze; in 2^{mm} Entfernung von dieser stand eine zweite Elektrode mit Platin spitze, welche durch einen Draht mit der Gasleitung des Hauses und dem zweiten Conductor der Elektrisirmschine in Verbindung war. Die Funkenstrecke der Mikrometerkugeln wurde variiert und die folgende Tabelle gibt die Länge derselben und die Erwärmung des Geissler'schen Thermometers, welches sich zwischen den Platin spitzen befand.

Entfernung der Mikrometerkugeln	Erwärmung in $\frac{1}{5}^{\circ}$ C.
0	7
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1

Um den Büschel in bester Form zu erzeugen ist es gut, das Thermometer in unmittelbare Berührung mit der negativen Elektrode zu bringen. Bei mehreren Versuchen bekam man nach 10 Umdrehungen der Elektrisirmschine eine Erwärmung von $\frac{30}{5}^{\circ}$ C. und diese blieb ungeändert, wenn man die Entfernung der Elektroden bedeutend variierte, wenn dabei nur der Büschel mit seinem charakteristisch zischenden Geräusch auftrat.

Schaltet man in den Schließungsbogen der Batterie, wenn sich die Funken im zweiten Maximum der Erwä-

mung befinden, eine Geissler'sche Röhre ein, so findet man das Licht geschichtet, oder schaltet man zwei dünne Platindrähte in geringer Entfernung von einander in den Schließungsbogen, so glüht beim zweiten Maximum der negative Draht.

Es sind daher Büschelentladung, Schichtung des Lichtes, Glühen des negativen Drahtes und die Wärme des Funkens im zweiten Maximum zusammengehörige Erscheinungen.

Wahrscheinliche Erklärung von der Abnahme und der darauf folgenden Zunahme der Wärme des elektrischen Funken.

Folgende Ueberlegung scheint mir das auffallende Phänomen der Abnahme und der darauf folgenden Zunahme der Wärme des elektrischen Fuukens zu erklären.

Nach den Gesetzen über die Erwärmung eines Metalldrahtes im Schließungsbogen einer Batterie nimmt die Erwärmung einer Stelle des Schließungsbogens ab, wenn der Gesamtwiderstand zunimmt, und bei unverändertem Schließungsbogen erhält diejenige Stelle die größte Wärme, welche den größten Widerstand darbietet.

Der elektrische Funke besteht nun bekanntlich aus glühenden Metall- und Lufttheilchen, wie die optische Analyse zeigt, die glühenden Metalltheilchen verschwinden immer mehr und mehr, je mehr die Entladung sich dem zweiten Maximum nähert. So lange sich nun die Metalltheilchen in der Funkenstrecke befinden, wird ihr Widerstand in einem bestimmten Verhältnis zu dem Gesamtwiderstande stehen, und es wird daher die erwärmte Funkenstrecke den Gesetzen der Erwärmung der Metalldrähte folgen, d. h. mit wachsendem Widerstande abnehmen. Je mehr die Metalltheilchen aus der Luft verschwinden, um so weniger bewegt sich die Luft aber auch mechanisch, und man wird erst bei dieser Entladungsart von einer Leitung der Elektricität durch die Luft reden können. Wahrscheinlich ist aber das Leitungsvermögen der Luft sehr viel geringer als das der Metalle und Flüssigkeiten, deshalb muß auch, wenn die Luft der Funkenstrecke allein die

Elektricität leitet, diese die Gesammtwärme der Batterie-Entladung erhalten. Daraus erklärt sich dann auch, warum sich das zweite Maximum so lange constant erhält, indem die noch hinzugefügten flüssigen Widerstände verschwinden gegen den Widerstand der Luft. In der That haben mich einige vorläufige Versuche belehrt, daß die Abnahme des zweiten Maximums nur den Rückständen bei der Batterie-Entladung zuzuschreiben ist, dann entladet man in diesen Fällen die Batterie durch einen Fall-Apparat, so bekommt man fast immer dieselben Werthe der Erwärmung. Ueber diesen und manchen andern hierher gehörigen Punkt müssen weitere Versuche angestellt werden, da die bisher geschilderten nur dazu dienen sollten die Existenz eines Minimum und zweiten Maximums der Wärme des Funkens nachzuweisen.

Für die wesentlichen Dienste, welche mir Hr. Holtz bei der Ausführung dieser Arbeit geleistet hat, sage ich demselben auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank.

VIII. *Ueber die Bestimmung der elektromotorischen Kräfte;* von Dr. J. L. Hoorweg in Harlingen.

Im Mai vorigen Jahres war ich beschäftigt mit einigen Versuchen über die durch Wärme bewirkte Aenderung der elektromotorischen Kraft einer galvanischen Kette. Diese Versuche, welche in meiner Dissertation: *Over de veranderingen der elektromotorische kracht* niedergelegt sind, gaben mir Veranlassung zu einer genauen Untersuchung der verschiedenen Methoden, welche man zur Bestimmung dieser Kraft vorgeschlagen hat. Die Mittheilung dieser Untersuchung ist vielleicht nicht ohne Interesse, da ich dabei Gelegenheit haben werde, den Physikern eine neue Com-

pensationsmethode darzubieten, welche, glaube ich, neben der von Hrn. Bosscha in seiner Dissertation *De galvanometro differentiali* veröffentlichten¹⁾ eine Stelle verdient.

Das Ziel, welches ich zu erreichen bemüht war, ist die Bestimmung der elektromotorischen Kräfte aller Ketten in absolutem Maafs. Die Lösung dieses Problems ist jedoch schwierig und mühsam, und deshalb habe ich mich begnügt, nur für eine Kette die absolute Gröfse ihrer elektromotorischen Kraft zu bestimmen, und durch Vergleichung mit dieser indirect auch für andere Ketten die gesuchte Gröfse aufzufinden.

Zur directen Bestimmung des absoluten Werthes der elektromotorischen Kräfte wird immer die Ohm'sche Methode vorangestellt.

Nach dieser Methode schaltet man in die Kette nacheinander zwei bekannte Widerstände r_i und r_u ein, und bestimmt die Intensitäten i_i und i_u , welche in beiden Fällen auftreten. Die elektromotorische Kraft findet man alsdann durch die bekannte Formel:

$$E = \frac{i_i i_u (r_u - r_i)}{i_i - i_u}$$

oder, wenn man $(r_u - r_i) = R$ setzt:

$$E = \frac{i_i i_u R}{i_i - i_u}.$$

Differentiiert man diese Gleichung, so erhält man:

$$dE = \frac{E}{R} dR + \frac{E i_i di_u}{i_u (i_i - i_u)} - \frac{E i_u di_i}{i_i (i_i - i_u)} \quad \dots \quad (1).$$

Man kommt der Wahrheit ziemlich nahe, wenn man di constant setzt. Führt man diese Hypothese in Gleichung (1) ein, so wird dieselbe:

$$dE = \frac{E}{R} dR + \frac{E}{i_i} di \quad \dots \quad (2).$$

Je größer E , desto größer müssen auch i_i und R seyn. Die einzige Unbequemlichkeit, welche diese vortreffliche Methode mit sich führt, ist die Schwierigkeit der Bestim-

1) Vergl. Ann. Bd. 94, S. 172.

mung von R , i und i_u , wodurch die Fehler dR und di ziemlich gross werden können.

Die übrigen Methoden dienen nur zur Bestimmung des Verhältnisses der elektromotorischen Kräfte und sie können zur Vergleichung ihrer Genauigkeit in zwei Abtheilungen gebracht werden.

Die erste Abtheilung enthält diejenigen Methoden, bei denen man der Bestimmung der Intensität bedarf und also das Gesetz kennen muss, nach welchem dieselbe von der beobachteten Ablenkung der Magnetnadel abhängt. Besser als diese Methoden sind die der zweiten Abtheilung, welche alle diejenigen umfasst, die auf der Bestimmung des Widerstandes beruhen. Denn da man für die zu bestimmenden Widerstände Stücke eines selben, feinen, gleichmässig gezogenen Platindrahtes braucht, so wird man nur kleine Fehler begehen, wenn man die Widerstände proportional den Längen setzt. Die Bestimmung der Widerstände ist alsdann auf eine Messung von Längenmaassen zurückgeführt.

Im Folgenden ist immer die elektromotorische Kraft der stärkeren Säule gleich E gesetzt.

Erste Abtheilung.

Methode von Fechner, durch Bestimmung der Intensitäten i und i_u , die man bekommt, wenn man nach einander die Pole der beiden Elemente mittelst eines sehr grossen Widerstandes mit dem Galvanometer verbindet.

Hier ist

$$\vartheta = \frac{E}{E_i} = \frac{i}{i_u}.$$

Diese Gleichung differentiiert, giebt

$$d\vartheta = \frac{di_u}{i_u} - \frac{E di}{i_u^2},$$

oder, wenn man wieder die Fehler di constant setzt:

$$d\vartheta = -\frac{E-1}{i_u} di \quad \dots \quad (3).$$

Diese Methode ist in allen Fällen anwendbar und leistet wegen der Leichtigkeit ihrer Ausführung ausgezeich-

nete Dienste z. B. zur Bestimmung der durch die Wärme eintretende Änderungen der elektromotorischen Kraft einer selben Kette.

Auch die Ohm'sche Methode kann zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte zweier Elemente gebraucht werden.

Denn, wie oben, hat man für das erste Element

$$E = \frac{i_i i_u (r_u - r_i)}{i_i - i_u}$$

und, wenn man die entsprechenden Größen für das zweite Element gleich i'_i und i'_u setzt, wird

$$E' = \frac{i'_i i'_u (r_u - r_i)}{i'_i - i'_u}$$

und

$$\Delta = \frac{E}{E'} = \frac{i_i i_u}{i'_i i'_u} \cdot \frac{(i'_i - i'_u)}{(i_i - i_u)}.$$

Wenn man diese Formel differenziert und, wie oben, di constant setzt, bekommt man

$$d\Delta = -\Delta di \left[\left(\frac{1}{i'_i} - \frac{1}{i_i} \right) + \left(\frac{1}{i'_u} - \frac{1}{i_u} \right) \right] \quad . \quad (4).$$

Die Bedingung der Fechner'schen Methode ist: dass der innere Widerstand gegen den äusseren ein verschwindender sey; die Ohm'sche dagegen verlangt, dass in beiden Fällen die Werthe der Gröfse $(r_u - r_i)$ einander gleich seyen. Wäre die letztere Bedingung nicht leichter zu erfüllen als die erstere, so würde, wie die Formeln (3) und (4) zeigen, die Fechner'sche Methode besser als die Ohm'sche seyn. Je kleiner in (4) die Gröfse $(i_i - i'_i)$ und $(i_u - i'_u)$, desto geringer ist der Einfluss des Fehlers di .

Zweite Abtheilung.

Methode von Wheatstone. Bei dieser wird der Strom des ersten Elements auf eine bestimmte Intensität gebracht, welche man hernach durch Vergrößerung des Widerstands um eine bekannte Gröfse l auf ein Bestimmtes verringert. Als dann wird auch der Strom des zweiten Elements auf die erste Intensität gebracht und nun durch Vergrößerung

des Widerstands um l_i , auf dieselbe zweite Intensität zurückgeführt.

Man findet hier das Verhältnis der Kräfte durch die Formel

$$\mathcal{A} = \frac{E}{E_i} = \frac{l}{l_i}$$

durch deren Differentiation man bekommt:

$$d\mathcal{A} = \frac{dl - \mathcal{A} dl_i}{l_i}.$$

Der Fehler dl ist die Summe von zweien, von denen der erste durch die Heterogenität des Drahts entsteht und der andere aus der Messung selbst entspringt. Nennen wir den ersten dh und den zweiten dm , und nehmen dabei dm als constant, so wird obige Formel:

$$d\mathcal{A} = - \frac{\mathcal{A}-1}{l_i} dm + \frac{l_i dh_i - l dh_i}{l_i^2} \quad . . . \quad (5)$$

worin das letzte Glied immer sehr klein seyn wird, weil dh mit der Länge des Drahtes wächst.

Alles stützt sich hiebei aber darauf, dass in beiden Fällen die zwei bestimmten Intensitäten dieselben seyen. Dazu wird die Multiplicatornadel immer auf dieselbe Winkel-Ablenkung gebracht. Nun kann man, wenn M die horizontale Componente des Erdmagnetismus und α jene Winkel-Ablenkung bezeichnet, immer setzen:

$$i = M \cdot F(\alpha).$$

Wenn sich also M während des Versuches plötzlich ändert, besteht die nothwendige Gleichheit der Intensität nicht mehr.

Nach Poggendorff's Methode, wie sie von Bosscha modifizirt worden, verknüpft man die beiden Elemente auf solche Weise zu einer Kette, dass ihre Ströme einander entgegenwirken. Zwei Punkte der Kette werden durch einen abgeleiteten Draht vereinigt, und hier schaltet man ein Rheochord ein, mittelst welches die Strom-Intensität des Elements, dessen Kraft indirect durch Vergleich mit der des anderen in absolutem Maafs bestimmt werden soll, auf Null gebracht wird. Alsdann wird in dem Theil der Kette, in

welchein sich das Normal-Element befindet, ein bekannter Widerstand a eingeschaltet, und nun, indem man im Rheostat den Widerstand um b vergrößert, die Intensität des anderen Elements wieder auf Null reducirt.

Stellt E die Kraft des Normal-Elements und E_i die des anderen vor, so ist

$$\mathcal{A} = \frac{E}{E_i} = \frac{a+b}{b}.$$

Die Differentiation dieser Gleichung, wenn man wie oben setzt:

$$da = dm + dh_a$$

$$db = dm + dh_b$$

gibt:

$$d\mathcal{A} = -\left(\frac{a-2}{b}\right)dm + \frac{b.dh_a - a.dh_b}{b^2} \quad . . . \quad (6)$$

eine Formel, die der Wheatstone'schen vorzuziehen ist.

Diese Methode kann nicht gebraucht werden, wenn \mathcal{A} nahezu eins ist. Sie hat dabei noch den Nachtheil, daß die Proportionalität der elektromotorischen Kraft mit der »Tendenz zum Strom« Einwürfen unterliegt. Viele meinen, es werde durch diese Methode nicht die elektromotorische Kraft gemessen, sondern eine Größe, die von dieser um den Werth der Polarisation verschieden sey.

Die Bedingung, daß die Intensität der zweiten Säule gleich Null sey, ist sehr vortheilhaft, denn mittelst eines Commutators läßt sich die geringste Stromspur noch auffinden, da eine rasche und ununterbrochene Änderung der Stromesrichtung eine unmerkliche Ablenkung der Nadel langsam vergrößert und endlich sichtbar macht.

Die zweite Compensationsmethode des Hrn. Bosscha besitzt den letzten Vortheil der Poggendorff'schen, ohne einen ihrer Fehler zu theilen.

Wir haben hier dieselbe Stromverzweigung, aber die Ströme der beiden Elemente addiren sich und Rheostat und Galvanometer werden vertauscht. Der Strom in der Verzweigung wird jetzt auf Null reducirt, und später nochmals, nach Einschaltung eines bekannten Widerstandes a

in den Theil der Kette, worin sich das Normal-Element befindet, durch Vergrößerung des Widerstands im Rheostat um eine Gröfse b . Zur Messung der Größen a und b kann ich das Lindig'schen Rheochord¹⁾ empfehlen.

Man hat alsdann

$$\mathcal{A} = \frac{E}{E_i} = \frac{a}{b},$$

welche Gleichung differentiirt, giebt

$$d\mathcal{A} = \frac{b.da - a.db}{b^2}$$

oder, wenn wie früher

$$da = dm + dh_a$$

$$db = dm + dh_b$$

gesetzt wird,

$$d\mathcal{A} = -\left(\frac{a-1}{b}\right)dm + \frac{b.dh_a - a.dh_b}{b^2} \quad . . \quad (7)$$

Wenn \mathcal{A} nahezu eins ist, »leistet diese Methode in der That Alles, was man nur verlangen kann.«

Will man diese Methode zur Bestimmung gröserer Werthe von \mathcal{A} anwenden, so bekommt indefs das Lindig'sche Rheochord eine sehr unbequeme Länge. Sie kann deshalb auf Thermoketten nicht angewandt werden. Es war aber wünschenswerth, auch für diese die elektromotorische Kraft mit Genauigkeit in absolutem Maafs bestimmen zu können, wodurch man denn auch noch kleinere Kräfte, z. B. die durch den Einfluss der Wärme erregten, in demselben Maasse ausdrücken könnte.

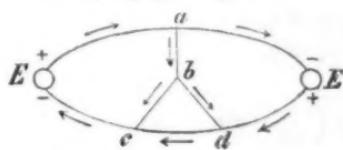
Die Methode, mittelst deren dieses Ziel zu erreichen ist, fordert nicht die bei der Bosscha'schen nothwendige Gleichheit der Intensitäten beider Elemente, weil bei Thermoketten das von Poggendorff²⁾ beobachtete Polarisationsphänomen nicht auftreten kann. Beim Besitz einer solchen Methode kann man erstlich die Kraft für alle Thermoketten absolut bestimmen, und diese hernach zum Ausgangspunkt

1) Pogg. Ann. Bd. 123, S. 1.

2) Pogg. Ann. Bd. 55, S. 54.

für die Bestimmung der absoluten Gröfse noch geringerer Kräfte wählen.

Ich habe mich bemüht, eine solche Methode aufzufinden, und das ist mir wirklich durch die nachstehende Stromverzweigung gelungen.



E ist das Normal-Element und E' das andere Element. In dem Zweige bd wird die Intensität auf Null reducirt.

Setzen wir in den

$$\text{Zweigen} \quad aEc \quad ab \quad bc \quad bd \quad cd \quad aEd$$

$$\text{die Intensitäten} \quad i_1 \quad i_2 \quad i_3 \quad i_4 \quad i_5 \quad i_6$$

$$\text{die Widerstände} \quad w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4 \quad w_5 \quad w_6$$

so ist, unter Voraussetzung $i_4 = 0$, nach den Kirchhoff'schen Sätzen

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$i_2 = i_3$$

$$i_1 = i_3 + i_5$$

$$i_6 = i_5$$

und

$$\left. \begin{array}{l} i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 = E \\ i_5 w_5 - i_3 w_3 = 0 \\ i_5 w_6 - i_2 w_2 = E \\ i_1 w_1 + i_6 w_6 + i_5 w_5 = E + E' \end{array} \right\} \dots (8).$$

Diese Gleichungen liefern leicht die folgende Relation:

$$A = \frac{E}{E'} = \frac{w_1 w_5 + w_2 w_5 + w_3 w_5 + w_1 w_3}{w_3 w_6 - w_2 w_5} \dots (9).$$

Lassen wir jetzt w_1 um eine Gröfse a und darauf w_6 um eine solche Gröfse b wachsen, daß wieder $i_4 = 0$, so bekommen wir:

$$A = \frac{(w_1 + a) w_5 + w_2 w_5 + w_3 w_5 + (w_1 + a) w_3}{w_3 (w_6 + b) - w_2 w_5} \dots (10).$$

Aus den beiden Gleichungen (9) und (10), wenn wir $w_3 = c$, $w_5 = e$ und $\frac{c+e}{c} = n$ setzen, folgt dann:

$$A = \frac{c+e}{c} \times \frac{a}{b} = \frac{na}{b}.$$

Diese Formel hat die gewünschte Form und ist in allen Fällen anwendbar. Die Differentiation dieser Gleichung, wenn man wiederum setzt:

$$de = dm + dh,$$

$$dc = dm + dh_e,$$

$$da = dm + dh_a,$$

$$db = dm + dh_b$$

gibt:

$$\begin{aligned} dA = & \left[(A - \frac{a}{b}) \left(\frac{c-e}{ce} \right) + A \left(\frac{b-a}{ab} \right) dm \right. \\ & \left. + \left(A - \frac{a}{b} \right) \left(\frac{dh_e}{e} - \frac{dh_c}{c} \right) + A \left(\frac{dh_a}{a} - \frac{dh_b}{b} \right) \right] \quad (11). \end{aligned}$$

Ohne all zu lange Drähte zu gebrauchen, kann man bis $A = 100$ aus dem genähert bekannten Verhältnis der Kräfte das Verhältnis $\frac{e}{c}$ bestimmen, solcher gestalt, dass $\frac{a}{b}$ nahezu = 1 ist. Diese Hypothese macht (11) sehr vortheilhaft, denn man findet alsdann beinahe richtig:

$$dA = -\left(\frac{A-2}{c}\right) dm + (A-1)\left(\frac{dh_e}{e} - \frac{dh_c}{c}\right). \quad (12).$$

Eine Vergleichung der Formeln (7) und (12) zeigt den Vorzug der letzteren.

Die Vorrichtung, welche ich zu dieser Methode benutze, ist in Fig. 14 Taf. I schematisch abgebildet. E und E' sind die beiden Elemente, R ist der Lindig'sche Rheostat und R' ein ähnlicher Widerstandsmesser mit nur einem Platin-draht AD' von gleicher Dicke wie der des Rheostats R . B' und C' sind, wie B und C , verschiebbare Klötzen. C' muss mit drei Löchern versehen seyn und der Zeiger daran muss vollkommen zusammenfallen mit dem Punkt, wo die Drähte $E'C'$, TC' und $A'D'$ einander begegnen. Auch muss dafür gesorgt werden, dass der Nullpunkt der Scale genau zusammenfalle mit dem Schneidepunkt der Drähte TA' , $D'A'$ und FA' . In den Zweig $A'TC'$ sind der Commutator T und das Spiegelgalvanometer G eingeschaltet. Mit R' werden c und e gemessen, und a und b mit R .

Ein Vergleich des Daniell'schen Elements mit etwa

der Thermokette Kupfer-Wismuth würde leicht über die Zulässigkeit der Methode entscheiden.

Hier fand Wild¹⁾ $A = 1000$ ungefähr. Wir wollen annehmen, A sey genau gleich 1000 gefunden und wollen $\frac{e}{c}$ so bestimmen, daß $\frac{a}{b} = 4$ sey. Wir finden $\frac{e}{c} = 249$ und, wenn wir $c = 2$ Centimeter setzen, ist $e = 5$ Meter, und der ganze Versuch würde 7 Meter Platindraht erfordern, und wenig Raum bedingen, denn R' kann neben R gestellt werden. Zu demselben Versuche brauchte man nach der Bosscha'schen Methode ein Rheochord mit einem Draht von mehr als 25 Meter Länge.

Setzt man in Formel (11) $\frac{a}{b} = 4$, so wird man, weil

$$A - \frac{a}{b} = \frac{e}{c} \times \frac{a}{b}$$

bekommen:

$$\begin{aligned} dA &= -dm \left[\frac{(e-c)}{c^2} A + \frac{3}{a} A \right] \\ &\quad + (A-4) \left(\frac{dh_e}{e} - \frac{dh_c}{c} \right) + A \left(\frac{dh_a}{a} - \frac{dh_b}{b} \right). \end{aligned}$$

Setzen wir, der Einfachheit wegen, dh_e , dh_c , dh_a und $dh_b = 0$ und $a = 100$ Centm., welchen Werth a leicht übertreffen kann, so ist für obiges Beispiel

$$dA = -526 \text{ dm}$$

Setzen wir ferner dm gleich dem Widerstand von $\frac{1}{2}$ Centimeter (in der That ein kleiner Fehler) so kann der wahre Werth von A variiren zwischen 1105 und 895, deshalb $\frac{1}{A}$ oder $\frac{E'}{E}$ zwischen 0,000905 und 0,00112. Die Differenz dieser Zahlen ist 0,000215 während bei einem drei Mal kleineren Werth von A Regnault und Neumann noch um 0,002 differieren²⁾.

1) Pogg. Ann. Bd. 103, S. 353.

2) Wüllner, Lehrb. d. Experimental-Physik Bd. II, S. 937.

IX. Ueber die Bestimmung der Brechungsexponenten doppeltbrechender Substanzen aus ihren Polarisationswinkeln; von Dr. Fr. Pfaff.

Schon in früheren Zeiten haben Brewster, Seebeck, MacCullach und Neumann Untersuchungen über das Verhalten des Polarisationswinkels bei doppeltbrechenden Substanzen angestellt; der letztgenannte hat, weitergehend als die übrigen Forscher, in einer umfassenden Abhandlung (Denkschr. der Berliner Akademie 1837) für optisch einaxige und zweiaxige Krystalle das Problem theoretisch vollständig gelöst. Für optisch einaxige Krystalle wurde die Richtigkeit der Formeln schon von Seebeck erprobt; meines Wissens sind aber keine Versuche angestellt oder veröffentlicht worden, die auch für optisch zweiaxige Krystalle die Gültigkeit derselben thatsächlich nachwiesen.

Da wir aber durch diese Formeln in den Stand gesetzt sind, aus richtig beobachteten Polarisationswinkeln die Brechungsindices sicher zu bestimmen, und wir im Ganzen doch noch arm sind an solchen Daten, weil mir auf dem gewöhnlichen Wege für viele Substanzen Brechungsexponenten auch gar nicht bestimmten können, wenn dieselben z. B. undurchsichtig sind, so schien es mir keine überflüssige Arbeit, an jene älteren Untersuchungen anknüpfend Polarisationswinkel zu bestimmen und aus ihnen die Brechungsexponenten verschiedener Krystalle herzuleiten.

Das Letztere ist offenbar nur dann mit einiger Schärfe möglich, wenn es uns gelingt, den Polarisationswinkel auf ein Paar Minuten sicher zu bestimmen, und es konnte allerdings bei Manchem der Zweifel, ob dies möglich sey, sich erheben, da ja die Bestimmung desselben nach den bisherigen Verfahrensweisen darauf beruhte, dass man zu bestimmen suchte, bei welcher Stellung der spiegelnden Fläche das reflectirte Licht ein Minimum sey, also immerhin nur auf einer Schätzung des Helligkeitsgrades die Si-

cherheit der Beobachtung beruhen müste. Ob diese bis auf so kleine Winkel Sicherheit gewähren könne, das mag wohl zweifelhaft erscheinen.

Ich habe nun ein Verfahren angewandt, das diese Unsicherheit vermeidet, allerdings aber auch noch eine andere enthält, von der ich jedoch glaube, dass sie sehr gering sey und bei vielen Beobachtungen mit demselben Krystalle ein richtiges Mittel gebe und zugleich den Vortheil darbietet auch bei Krystallflächen von 4^{mm} Seite noch Anwendung zuzulassen.

Das Meßinstrument, welches mir zu Gebote stand, war das zu vielerlei anderen Messungen so brauchbare Gonimeter von Haidinger, das in dem Sitzungsbericht. d. k. k. Akad. Bd. XVIII, S. 110 näher beschrieben ist. Zur Bestimmung der Polarisationswinkel wurde es von mir in folgender Weise modifizirt. Eine geschwärzte Messingplatte *A* Fig. 13 Taf. I, in ihrer Mitte durchbrochen, war auf ihrer Rückseite mit einer cylindrischen Hülse *B* versehen. In dieser Hülse konnte eine messingene an ihrem vorderen Ende verschlossene Röhre *C* leicht hin- und hergeschoben werden. Auf die Verschlusplatte dieser Röhre, gegenüber dem Fernrohrende *D*, wurde die zu untersuchende Krystallplatte aufgeklebt. Sie konnte so, nach Bedürfnis, *D* mehr genähert oder von ihm entfernt werden. Die Platte *A* wurde nun an den Krystallträger *E*, der nach Petzval aus einer in einer zweiten drehbaren Kugelschale besteht, befestigt. Der Krystallträger dreht sich auf dem eingetheilten Kreise *F* mit dem Nonius *G*. An der Säule *H* befindet sich das kleine Fernrohr *J*. Zur Bestimmung des Polarisationswinkels habe ich es folgendermaßen modifizirt. Es wird so aufgesetzt auf *H*, dass seine Ocularlinse dem Krystall zugekehrt ist; das Objectiv wird ganz weggenommen und an seine Stelle bei *K* ein Nicol eingesteckt. Am Ende *D* ist eine weiße Papierscheibe mit einem durch ihren Mittelpunkt hindurchgehenden schwarzen Kreuze so aufgeklebt, dass nur in der Mitte eine Oeffnung, der Grösse der Linse entsprechend, frei bleibt. Dieses schwarze Kreuz

bildet mit dem Fadenkreuz im Rohre Winkel von 45° . Den Vortheil hiervon werde ich sogleich erwähnen.

Die Versuche werden nun in folgender Weise ange stellt. Der Nonius wird auf den Nullpunkt gestellt und hierauf die Platte mit dem Krystall aufgesteckt. Man dreht nun so lange die Kugelschale, bis man, durch das Fernrohr sehend, das schwarze Kreuz auf der weissen Scheibe von der Krystallfläche so gespiegelt erblickt, dass seine Arme mit denen des Fadenkreuzes sich in einem Punkte, dem Mittelpunkte des Gesichtsfeldes, schneiden. Der Krystall ist dann ganz sicher senkrecht gegen die Fernrohraxe gestellt.

Nun dreht man mit dem Nonius *G* den Krystall bis das Maximum der Polarisation eintritt. Dieses Maximum ist bei diesem Verfahren sehr leicht zu erkennen. Der Apparat war so gestellt, dass man durch den Krystall den Himmel gespiegelt sah, wozu mein Beobachtungsort, ein 180 Fuß über eine weite Ebene ragender Hügel, möglichst gut gelegen war. Man erhält bei dieser Anordnung des Fernrohrs natürlich ein umgekehrtes verkleinertes Bild des Himmels und zwar in grofser Ausdehnung. Der Nicol konnte unter diesen Umständen natürlich nur einen kleinen Theil des Gesichtsfeldes dunkel erscheinen lassen, der als ein runder und im Verhältnis zum ganzen Gesichtsfeld kleiner schwarzer Fleck sehr scharf von der hellen Umgebung abstach. Offenbar trat das Maximum der Polarisation dann ein, wenn der Mittelpunkt des schwarzen Fleckes mit dem Mittelpunkte des Gesichtsfeldes zusammenfiel. Ich bemerke, *dass das Fadenkreuz des Fernrohrs ungemein stark polarisirend wirkt*, so dass es bei einer Stellung, in welcher die Fäden 45° mit der Schwingungsrichtung der Strahlen im Nicol bilden, schneeweiss auf schwarzem Grunde erscheint, wenn zugleich die Krystallfläche auf ihren Polarisationswinkel gestellt ist. Dadurch wird der schwarze runde Fleck, wenn sein Mittelpunkt mit dem Kreuzungspunkt der Fäden zusammenfällt, in vier gleiche Theile getheilt und die Unsicherheit in der Bestimmung des Polari-

sationswinkels röhrt nur noch davon her, daß man eben auch in diesem Falle noch schätzen muß, wann die vier Theile gleich sind. Stellt man, wie ich es gethan habe, die Beobachtungen in der Art an, daß man einmal den schwarzen Fleck von der rechten Seite des Gesichtsfeldes her durch Drehen am Nonius in den Mittelpunkt zu bringen sucht, dann ebenso oft von der linken Seite her, so wird das Mittel aus diesen beiden Reihen wohl sehr wenig von der Wahrheit abweichen. Ich habe mich in der That auch durch Versuche mit solchen Krystallen, von denen die Brechungsexponenten auf dem gewöhnlichen Wege genau bestimmt waren, überzeugt, daß bei etwas gröfseren und gut spiegelnden Krystallen das von mir gefundene Mittel des Polarisationswinkels von dem nach den bekannten Brechungsexponenten berechneten nur um einige Minuten abwich. Beim Quarz z. B. fand ich den Polarisationswinkel auf der geraden Endfläche zu $56^{\circ} 39'$, während ihn die Rechnung zu $56^{\circ} 41' 50''$ ergiebt; auf seiner Säulenfläche fand ich ihn bei horizontaler Stellung der Hauptaxe zu $57^{\circ} 38'$, während die Rechnung ihn als $57^{\circ} 36'$ angiebt. Hat man gut spiegelnde Flächen von etwas gröfserer Ausdehnung, etwa 10 bis 12^{mm}, so weichen auch die einzelnen Beobachtungen vom Mittel nur um 5 bis 10' ab; gröfsere Differenzen erhält man aber, wenn man kleine oder nicht gut spiegelnde Flächen zur Untersuchung anwenden muß. Die Abweichungen einzelner Beobachtungen vom Mittel können da bis zu 30 Minuten gehen. Hier muß man aber durch eine grofse Zahl von Beobachtungen wo möglich an verschiedenen Krystallen der Wahrheit möglichst nahe zu kommen suchen. Unter den im Folgenden aufgeföhrten Krystallen war dieses der Fall mit Analcim, Boracit und Rothgültigerz. Von ersterem waren die grofsen, blaß fleischfarbenen Krystalle deswegen nicht anwendbar, weil sie das scharfe Einstellen auf 0° nicht erlaubten, indem sie das Papier mit dem schwarzen Kreuze nicht scharf spiegelten, wenn sie auch noch so gut polirt waren. Von klaren durchsichtigen Analcimen konnte ich keinen erhalten, der

mehr als 4^{mm} als größten Durchmesser der zu untersuchenden Fläche dargeboten hätte. Dasselbe gilt auch für Boracit. Vom Rothgültigerz hatte ich zwar sehr gut spiegelnde und in der Richtung der Hauptaxe sehr ausgedehnte Flächen zur Untersuchung geeignet, dagegen waren dieselben in der Richtung der Nebenachsen sehr schmal. Man kann nun zur Auffindung der Brechungsexponenten aus den Polarisationswinkeln jede Krystallfläche, wie sie auch gegen die Axe geneigt sey, benutzen, doch sind dazu bei optisch einaxigen Krystallen die Säulenflächen am geeignetsten, weil man durch Beobachtung der beiden Polarisationswinkel, die man bei senkrechter Stellung der Hauptaxe und dann bei horizontaler findet, die Brechungsexponenten des ordentlichen wie außerordentlichen Strahles finden kann. Auf der geraden Endfläche ist der Polarisationswinkel unter allen Stellungen der Platte derselbe; man muß also jedenfalls noch auf einer andern Fläche eine Beobachtung anstellen, um beide Brechungsindices zu finden. Die meisten der von mir angestellten Beobachtungen wurden auf den Säulenflächen gemacht und nach den folgenden Formeln von Seebeck, die mit denen Neumann's übereinstimmen, berechnet.

Liegt die Hauptaxe c horizontal und fällt der Lichtstrahl horizontal ein, so ist, wenn wir den beobachteten Polarisationswinkel a nennen,

$$\tan a = n \sqrt{\frac{m^2 - 1}{n^2 - 1}}$$

wo n den ordinären, m den extraordinären Brechungsindex bedeutet. Liegt c senkrecht, und ist der beobachtete Polarisationswinkel b , so gilt

$$\tan b = n$$

Auf der geraden Endfläche findet man für den Polarisationswinkel c

$$\tan c = m \sqrt{\frac{n^2 - 1}{m^2 - 1}}.$$

Noch will ich erwähnen, daß es die Schärfe der Bestimmung des Polarisationswinkels sehr erleichtert, wenn man, nachdem derselbe nahezu erreicht ist, eine inuen ge-

schwärzte leichte Kapsel von Pappe so vor den Krystall anbringt, daß nur Strahlen, welche wenig von dem Polarisationswinkel in ihrer Richtung abweichen, auf die spiegelnde Fläche auffallen und reflectirt werden können. Es war meine Absicht nur solche Krystalle zu untersuchen, von denen die Brechungsindices noch nicht bekannt wären, und ich hielt mich in dieser Absicht an das von Grailich in seiner Uebersetzung der Miller'schen Krystallographie mitgetheilte Verzeichniß. Erst später verglich ich noch einmal das von Beer in seiner Einleitung in die höhere Optik Zusammengestellte und fand dabei, daß dieser letztere für Spinell, Boracit und Obsidian Brechungsexponenten aufführt, während diese bei Grailich fehlen. Ich habe die von mir gefundenen Werthe unten mit angegeben, weil sie, wenn auch ein wenig abweichend von den älteren Resultaten, doch zugleich den Beweis liefern, wie zuverlässig das von mir befolgte Verfahren sey.

Ich stelle meine Beobachtungen in der folgenden Tabelle zusammen, in der die Krystalle nach ihren Brechungsexponenten in der Art geordnet sind, daß die schwächer brechenden zuerst aufgeführt sind. In der letzten Rubrik sind die bisher bekannten Angaben für die von mir untersuchten Krystalle dazugesetzt, wobei Br, H, W, J, die Namen Brewster, Herschel, Wollaston und Jamin bedeuten, ω den Brechungsexponenten des ordinären, ϵ des extraordinären Strahles.

A. Einfach brechende Substanzen.

	Bre-chungs-exponen-ten	Frühere Angaben
Flussspath (von Tavistock)	1,438	1,433 VV. 1,434 Br. 1,436 Br. 1,444 J.
Serpentin	1,459	
Obsidian	1,516	1,488 Br.
Lasurstein	1,534	
Analcim	1,595	
Spinell	1,747	1,756 H. 1,761 Br. 1,812 VV.
Boracit	1,755	1,701 Br.

Herrigkeit nicht von so geringer Art, dass sie nicht abweichen darf, nachdem man die Werte der Brechungsexponenten auf ein Drittel genau bestimmt hat.

B. Optische einaxige Krysatelle.

	Brechungs-exponen-tten	Frühere Angaben.
Rauchtopas	$\omega = 1,478$ $\epsilon = 1,485$	
Apophyllit	$\omega = 1,515$ $\epsilon = 1,516$	$w = 1,543$ für den Lencocyclit H.
Honigstein	$\omega = 1,519$ $\epsilon = 1,512$	$w = 1,556 = 1,538$ Br.
Vesuvian	$\omega = 1,712$ $\epsilon = 1,744$	$w = 1,530$ H.
Korund	$\omega = 1,835$ $\epsilon = 1,786$	$w = 1,768$ V. Sapphir VV. — $1,779$ Rubin Br. $w = 1,794$ Bl. Sapph. Br.
Zinnstein	$\omega = 1,912$ $\epsilon = 1,856$	
Rutil	$\omega = 2,516$ $\epsilon = 2,650$	
Roithöltigerz (lichtes)	$\omega = 2,798$ $\epsilon = 2,962$	$w = 2,564$ Br.

Zu der vorstehenden Tabelle habe ich noch folgendes zu bemerken: directe Angaben über die Brechungsexponenten des Rauchtopases habe ich nirgends gefunden, nur in Beer's Einleitung in die höhere Optik S. 170 die Notiz, er zeige dieselben Brechungsverhältnisse wie der Bergkristall. An einem sehr schönen dunkel gefärbten Rauchtopas fand ich aber für den Polarisationswinkel $a = 56^\circ 9'$, während er sich unter Zugrundlegung der Brechungsexponenten des Bergkristalles zu $57^\circ 35' 48''$ berechnet; für den Polarisationswinkel b fand ich $55^\circ 46'$, die Rechnung gibt ihn zu $57^\circ 7' 20''$. Die Abweichung der beiden Zahlen in beiden Fällen, fast $1\frac{1}{2}$ Grad, ist ganz entschieden nicht auf Beobachtungsfehler zu setzen, sondern zeigt ganz bestimmt ein geringeres Brechungsvermögen des Rauchtopases für

beide Strahlen an. Bei dem Apophyllit fällt die sehr geringe Differenz der beiden Strahlen auf. Die Beschaffenheit des Krystalles machte nöthig, den Winkel b auf einer natürlichen Säulenfläche und als zweiten den Winkel c auf der geraden Endfläche zu bestimmen. Der Krystall zeigte + im rothen, — im blauen Lichte; es wäre möglich, dass dies mit von Einfluss auf die Verringerung der Differenz der Strahlen bei der Beobachtung im gewöhnlichen Tageslichte gewesen ist. Als ich das Licht durch rothes und blaues Glas auf den Krystall auffallen ließ, war ein scharfes Einstellen auf das Polarisationsmaximum nicht mehr gut möglich.

Meine Angabe der Brechungsexponenten des Rothgültigerzes weicht bedeutender von der Brewster's ab, als sonst irgend eine. Ob das Arsen oder das Antimon haltende Brewster's Untersuchungen zu Grunde gelegen, kann ich nicht bestimmen; es wäre möglich, dass die bedeutende Differenz von einer solchen Verschiedenheit des Materials herrührte. Da das Schwefelarsen einen gröfseren Brechungsexponent als der Schwefel hat, die arensauren Verbindungen einen gröfseren als die entsprechenden schwefelsauren, so geht daraus jedensfalls hervor, dass das Arsen in seinen Verbindungen sehr hohe Brechungsexponenten erwarten lässt. Ist meine Beobachtung richtig, so übertrifft das Rothgültigerz alle bisher untersuchten Substanzen in Beziehung auf sein Brechungsvermögen, ebenso der Rutil, bei dem, da ich sehr gute Krystalle zur Verfügung hatte, das Resultat als ein sicheres zu bezeichnen seyn dürfte.

Nachdem ich mich durch 6 Beobachtungsreihen am Aragonit, je 2 auf den 3 Flächen, welche auf den Krystallflächen senkrecht stehen, überzeugt habe, dass die Neumann'schen Formeln im besten Einklang mit den gefundenen Polarisationswinkeln stehen, habe ich vor, auch eine Reihe optisch zweiaxiger Krystalle zu untersuchen und daraus die optischen Constanten α , β , γ abzuleiten, die uns ohnehin ja nur für sehr wenig Substanzen bis jetzt be-

kannt sind. Ich hoffe auch für diese eine grössere Anzahl von Brechungsexponenten in einiger Zeit mittheilen zu können.

X. Ueber die Verbindungen von phosphorsaurem Natron mit Fluornatrium; von C. Rammelsberg.

Vor mehreren Jahren sah ich bei einem Besuche der Soda-fabrik in Schöningen die Krystalle des kohlensauren Natrons, welche aus braungefärbten Mutterlaugen angeschos-sen waren, mit kleinen rothen und gelben Krystallen be-deckt. Spätere Proben, die ich Hrn. Dr. A. Rose, Di-rector jener Fabrik, verdanke, ließen erkennen, dass die gefärbten Krystalle Aggregate von kleinen Octaëdern sind, welche an der Luft zu einem gelblichen Pulver verwit-tern, aber alle Versuche, sie durch Lösungsmittel von der grossen Masse der übrigen Salze zu trennen, schlugen fehl, weil sie aus der Auflösung nicht wieder erhalten werden konnten. Gleichzeitig fand aber mein damaliger Assistent, Hr. Schöne, dem ich die Untersuchung übertragen hatte, in jenen Krystallen einen Gehalt an Vanadinsäure, und ich überzeugte mich, dass in dem Gemenge viel phosphor-saures Natron enthalten sey. Später erhielt ich aus der Auf-lösung des Ganzen farblose und weisse Octaëder dieses Phosphats, deren Form und optisches Verhalten sie als re-gulär erkennen ließen.

Die für ein Natronphosphat neue Form bewog mich, das Salz näher zu untersuchen. Die Krystalle verwittern nicht; sie schmelzen bei etwa 100° in ihrem Krystallwasser, verlieren das Wasser vollständig aber erst beim Glühen. Das entwässerte Salz schmilzt in der Glühhitze.

Die Auflösung reagirt alkalisch, sie wird von Silber-salzen gelb gefällt und das Filtrat ist neutral. Ebenso ver-

hält sich das geglühte Salz. Es ist demnach dreibasisches Phosphat.

Durch die Form und die Schmelzbarkeit in der Glühhitze unterscheidet es sich von dem von Graham beschriebenen $\text{Na}^3\text{P} + 24 \text{ aq}$. Dieses Salz bildet dünne sechsseitige Prismen, die hexagonal oder rhombisch sind, und sintert nur, wie ich mich überzeugt habe, in starker Hitze zusammen.

Aber die Zersetzung durch Kohlensäure haben beide gemein. Aus der Auflösung der Krystalle beider schießt an der Luft stets leicht verwitterndes gewöhnliches Phosphat $\text{Na}^3\text{P} + 25 \text{ aq}$ an.

Die Krystalle enthalten 0,1 — 0,5 Proc. Chlornatrium. Sie gaben (als Mittel von 6 Versuchen) 20,36 Proc. Phosphorsäure und 28,12 Natron (Mittel von 3 Bestimmungen). Bis 150° verloren sie 48,71, beim Glühen noch 2,46 Proc. Wasser.

Ihre Zusammensetzung:

Phosphorsäure	20,36	= 11,47	5
Natron	28,12	7,26	3,16
Wasser	51,70	45,48	19,8
	99,65		

würde auf $\text{Na}^3\text{P} + 20 \text{ aq}$ hindeuten (berechnet: 20,63 Phosphorsäure, 27,04 Natron, 52,32 Wasser).

Immer fand ich sehr kleine Mengen Vanadinsäure in diesem Phosphat, habe sie jedoch nicht näher bestimmt. Diese Resultate habe ich schon vor längerer Zeit bekannt gemacht ¹⁾). Später erschien eine Arbeit von Dr. Baumgarten ²⁾ über die vanadinhaltigen Salze des angegebenen Vorkommens. Auch ihm gelang es nicht, die rothen Krystalle vollkommen zu isoliren; er fand darin Phosphor-, Vanadin-, Arsen- und Kieselsäure, Fluor, Natron, Thonerde und Eisen. Es stellte das zuvor beschriebene Natron-

1) Monatsber. der k. Akad. d. Wiss. zu Berlin, 1864, S. 680.

2) Ueber das Vorkommen des Vanadins in dem Aetznatron des Handels etc. Inauguraldissertation, Göttingen 1865.

phosphat aus dem Salzgemenge gleichfalls dar, und hat das Verdienst, darin einen Gehalt von 1,94 — 2,49 Proc. *Fluor* nachgewiesen zu haben.

Hierdurch aufmerksam gemacht, habe ich das Salz gleichfalls in dieser Richtung untersucht, und 2,89 Proc. *Fluor* gefunden, was den Natronüberschuss der Analysen und die Schmelzbarkeit des Salzes erklärt.

Baumgarten hat zugleich 0,5 Proc. Arseniksäure und etwa 1 Proc. Vanadinsäure in seinem Salze gefunden, welche, wie ich früher gezeigt habe, isomorphe Salze mit denen der Phosphorsäure bilden.

Bekanntlich hat Briegleb ein Salz = $\text{NaFl} + \text{Na}^3\ddot{\text{P}}$ + 24 aq ebenfalls in regulären Octaëdern erhalten. Baumgarten stellte aus gewöhnlichem phosphorsaurem Natron, Natronhydrat und Fluornatrium reguläre Octaëder dar, welche die Zusammensetzung des Salzes aus den Sodaugen besaßen und 2,49 Proc. *Fluor* enthielten. In diesen Salzen ist 1 At. Fluornatrium gegen 2 At. $\text{Na}^3\ddot{\text{P}}$ enthalten.

Fluornatrium krystallisiert regulär; es hat also dieselbe Form wie

$\text{NaFl} + (\text{Na}^3\ddot{\text{P}} + 24 \text{aq})$ Briegleb
und

$\text{NaFl} + 2(\text{Na}^3\ddot{\text{P}} + 19 \text{aq})$ ¹⁾ Baumgarten
wobei die Differenz des Wassergehaltes auffällt.

Baumgarten hat sich auch viel Mühe gegeben, die Zusammensetzung der rothen vanadinhaltigen Octaëder zu ermitteln. Aufser den Bestandtheilen des Natron-Fluor-phosphats fand er darin 3,65 Proc. Kieselsäure, 0,73 Schwefel und 0,33 Eisenoxydul, den Gehalt an Vanadinsäure aber = 1,92 Proc. Es ist noch nicht möglich, über die wahre Natur dieses mit den erwähnten isomorphen Salzes welches NaSi zu enthalten scheint, ein sicheres Urtheil abzugeben.

1) 20 aq in meinen Versuchen.

XI. Ueber das Verhalten des Gypes im Wasser bei höheren Temperaturen und die Darstellung von Anhydrit auf nassem Wege; von F. Hoppe-Seyler.

Das ausgebreitete Vorkommen von Anhydrit in der Umgebung und innerhalb der Steinsalzstücke verschiedener Formationen lässt wegen seiner Lagerungsverhältnisse und Einschlüsse es als unzweifelhaft erscheinen, dass der Anhydrit, sowie das Steinsalz selbst, auf nassem Wege und bei einer wenigstens nicht sehr hohen Temperatur abgelagert seyen; dennoch hat es bis jetzt an einem Einblick in die Art und Weise der Entstehung des Anhydrites gefehlt.

Allerdings hatte Mitscherlich¹⁾ durch Schmelzen von schwefelsaurem Kalk im Porcellanofenfeuer und Erkaltenlassen denselben in der Form des Anhydrit krystallisiert erhalten, sowie dies später Manroffs²⁾ durch Zusammenschmelzen von schwefelsaurem Kali und Chlorcalcium und Simmler³⁾ durch Zusammenschmelzen von schwefelsaurem Kalk mit Chlornatrium und etwas Kieselsäure gelang; es war ferner seit lange bekannt, dass beim Erhitzen über 105° der Gyps leicht einen Theil seines Wassers verliert, aber diese Kenntnisse konnten zur Erklärung der Entstehung der Anhydritmassen, die sich in verschiedenen Formationen finden, nichts beitragen. Die organischen Einschlüsse im Steinsalze und im Anhydrite beweisen, dass diese Ablagerungen nie hohen Hitzegraden ausgesetzt waren, denn sie können hohe Erhitzung nicht ohne Zersetzung ertragen; dass aber der Gyps beim Erhitzen an der Luft Wasser verliert, konnte noch weniger zum Verständniß der Anhydritbildung beitragen, da 1) die Bildung desselben vulcanische Thätigkeit, von der sich an den bezeich-

1) Pogg. Ann. Bd. 11, S. 331.

2) Ann. d. Chem. u. Pharm., Bd. 82, S. 348.

3) Journ. für pract. Chem., Bd. 76 S. 430.

neten Stellen nichts findet, voraussetzen würde, 2) der Gyps zwar leicht etwas Wasser verliert, aber erst bei ziemlich hoher Temperatur den letzten Rest desselben hergibt, 3) das durch Erhitzen des Gypses erhaltene Product amorph ist, und 4) die ganze Bildung desselben nur am festen zu Tage stehenden Gesteine oberflächlich, dagegen nicht am Boden von den dimentirenden Gewässern erfolgt seyn konnte.

Wegen dieser Verhältnisse schien es mir besonders wichtig zu prüfen 1) wie sich der Gyps verhalte, wenn er mit Wasser über 100° erhitzt wird, und 2) ob diejenigen Salze, welche mit dem Anhydrit gewöhnlich vergesellschaftet vorkommen, in ihrer wässrigen Lösung bei nicht zu hohen Temperaturen, bei welchen organische Körper noch nicht bedeutend verändert zu werden pflegen, einen Einfluss auf den Gyps ausüben.

Es wurde zunächst fein pulverisirter Gyps mit Wasser in Glasmühlen eingeschmolzen und im Oelbade allmählich bis auf 160° erhitzt. Bis 140° zeigte sich keine Aenderung im Ansehen des Pulvers; über 140° dagegen wandelte sich das Pulver in eine krystallinische zusammenhängende Masse um. Als statt des Pulvers Tafeln von Marienglas mit Wasser eingeschmolzen im Oelbade erhitzt wurden, zeigten sich die Tafeln völlig durchsichtig und unverändert bis 140° ; darüber erhitzt, zerklüsteten sie sich zu seideglänzenden parallelen Fasern und diese blieben selbst bei 6-stündigem Erhitzen auf 160° unverändert. Vier verschiedene Portionen völlig durchsichtigen Marienglases wurden in der angegebenen Weise behandelt, dann aus dem Oelbade genommen, schnell abgekühlt, geöffnet, die Krystallmasse zunächst mit Fließpapier abgepreßt, dann bei 80° im Luftbade getrocknet (bei dieser Temperatur erleidet der Gyps auch bei mehrtätigem Trocknen nicht den geringsten Gewichtsverlust) gewogen, gegläht und nach dem Erkalten wieder gewogen.

Es ergaben:

I.	6,9272	Substanz	0,4635	grm.	oder	6,69	Proc.	Glühverlust
II.	5,6913	"	0,3647	"	6,41	"	"	"
III.	3,5902	"	0,2276	"	6,34	"	"	"
IV.	3,7442	"	0,2413	"	6,44	"	"	"

In einem fünften Versuche wurde der beim Erhitzen im trocknen Luftstrom in einer Röhre erhaltene Gewichtsverlust mit der Zunahme des Gewichts eines vorgelegten Chlorcalciumrohrs zum Ueberfluss verglichen. Beide stimmten genau überein.

Nach diesen Bestimmungen ergiebt sich für diese Kry-stalle, welche in ihrer Form dem Gypse höchst ähnlich sind, die Zusammensetzung:

Atomgew.	net	Procentische Zusammensetzung			
		berech-		gefunden	
		I.	II.	III.	IV.
$S_2O_5Ca_2 = 136$	93,79	93,31	93,59	93,66	93,56
HO =	9	6,21	6,69	6,41	6,34
	145	100,00	100,00	100,00	100,00

Da die feinen seideglänzenden Nadeln dieses Salzes sehr grosse Oberflächen haben und dieses Salz sich leicht in Gyps umwandelt, so ist es nicht wunderbar, daß in obigen Bestimmungen ein wenig mehr Wasser gefunden ist, als die Berechnung erfordert.

Läßt man ein Rohr mit dem beschriebenen Salze und etwas Wasser gefüllt bei gewöhnlicher Temperatur liegen, so überziehen sich die seideglänzenden Flächen bald mit dichten Vegetationen von Gypskristallen.

Es versteht sich von selbst, daß der schwefelsaure Kalk in Dampfkesseln, welche mit den gewöhnlichen Spannungen arbeiten, sich als das Salz $S_2O_5Ca_2$, HO absetzen muß.

Johnston¹⁾ hat das 6,21 Proc. Wasser enthaltende Salz bereits analysirt, wenn auch im unreinen Zustande. Der Pfannenstein in den Salzsiedepfannen entsteht unter durchaus andern Verhältnissen; er ist ein schlechter Wärme-

1) L. Gmelin, Handbuch der anorg. Chem. 5. Aufl. Bd. 3, S. 185.

leiter und wird zum Theil amorphen entwässerten Gyps in der äußersten Schicht enthalten; nur so ist das Resultat der Untersuchung dieses Pfannensteins von Fehling¹⁾ erklärlich.

Es wurden nun ferner Tafeln von Marienglas mit gesättigter Steinsalzlösung und ein Paar Stückchen Steinsalz in Glasröhren eingeschlossen und im Oelbade erhitzt. Es trat jetzt bei 125° bis 130° Trübung der Krystalle ein; dieselben wurden gleichfalls zuerst in seideglänzende, parallele Fasern zerklüftet, aber dies Stadium war nur von kurzer Dauer, bald waren die Tafeln in eine porcellanartige milchweisse derbe Masse aus mit der Lupe erkennbaren verfilzten und an der Oberfläche oft weit hervorragenden Krystallen bestehend verwandelt und diese Substanz erhielt sich unverändert beim weiteren Erhitzen bis 160°. Nach dem Oeffnen der Röhre wurden die ziemlich harten, sich sandig anführenden Gypsseudomorphosen mit Wasser einige Male abgespült (es zeigte sich dabei, dass an einander anliegende Tafeln fest mit einander vereinigt waren) bei 80° getrocknet, und wie die obigen Krystalle untersucht.

Es gab:

	grm.	grm.	
I. 2,2577 Substanz	0,0217	oder 0,96 Proc.	Glühverlust
II. 2,9278 "	0,0267	" 0,91	" "

Das Salz zeigte ein specifisches Gewicht von 2,937.

Nicht geglühte Stücke dieses Salzes mikroskopisch untersucht, zeigten sich als aus vierseitigen Prismen mit senkrecht gegen die Längsaxe des Prismas aufgesetzten End- oder Bruchflächen bestehend.

Hiernach kann kein Zweifel obwalten; *dass beim Erhitzen von Gyps mit gesättigter Chlornatriumlösung auf 125 bis 130° krystallisirter Anhydrit gebildet wird.*

Als derselbe Versuch mit Chlorcalcium an der Stelle von Chlornatrium wiederholt wurde, trat zwar gleichfalls die Anhydritbildung nach vorherigem Zerfall der Gypsta-

1) Würtemb. Naturw. Jahreshefte 1849, Bd. IV, S. 37.

feln zu seideglänzenden Nadeln ein, aber die Umwandlung geschah langsamer als in gesättigter Kochsalzlösung, obwohl die Chlorcalciumlösung bei etwa 120° gesättigt war.

Lässt man die mit gesättigter Kochsalzlösung und Anhydrit als Pseudomorphose des Gypses gefüllten Röhren bei gewöhnlicher Temperatur liegen, so regeneriren sich allmählich sehr schöne und ziemlich große Gypskekstalle. Bei gewöhnlicher Temperatur vermag also der Anhydrit der gesättigten Chlornatriumlösung Wasser zu entziehen. Dies zeigt sich auch, wenn man bei 126° getrocknetes Gyps pulver mit gesättigter Kochsalzlösung zum Brei anröhrt, denn der Gyps erhärtet mit dieser Lösung zwar langsamer aber fast eben so vollkommen als mit Wasser.

Gestützt auf das beschriebene Verhalten des Gypses zun Kochsalze werden die Beziehungen der Steinsalzlagern zu den sie begleitenden Anhydritmassen klar, wenn man die Annahme nicht scheut, daß diese Ablagerungen einmal zu einer Tiefe gesunken seyen, wo die Temperatur 125° bis 130° mindestens beträgt. Der Gyps müste dann in Anhydrit übergehen und doch konnten die organischen Einschlüsse erhalten bleiben, da eine solche Temperatur zu ihrer Zersetzung nicht hinreicht¹⁾.

Im Stassfurter Steinsalze finden sich viele Anhydritkekstalle im klaren Steinsalze eingeschlossen, aber sie füllen die Räume, in denen sie liegen, nie ganz aus und bestimmen nie die Gestalt dieser Hohlräume, sondern dieselben sind entweder hohle Octaëder oder Würfel oder unregelmäßig gestaltete Höhlungen; es ist sonach sehr wahrscheinlich, daß in denselben der schwefelsaure Kalk zunächst nicht als Anhydrit, sondern als Gyps abgelagert und später in Anhydrit umgewandelt worden ist. Doch würde es zu weit

1) Nimmt man an, daß die Temperatur nach dem Innern der Erde zu mit $100'$ Tiefe um 1° steige, so würden die salzhaltigen Gypslager etwa $12000'$ tief gesunken seyn müssen, um in Anhydrit verwandelt zu werden. Diese Tiefe liegt innerhalb der Gränzen der gewöhnlichsten Erdrevolutionen und diese Lager stellen noch dazu selbst alten Meeresböden dar.

führen, hier näher auf die Verhältnisse der Bildung der Salzlager einzugehen, die ich bald in einer besondern Abhandlung zu schildern versuchen will.

Tübingen, 24. November 1865.

XII. Ueber den Chrysotil im edlen Serpentin von Reichenstein; von E. Reusch.

Von meinem Collegen Quenstedt auf dieses schöne Mineral aufmerksam gemacht, habe ich mich sofort bemüht die optischen Verhältnisse des Chrysotils festzustellen. Der zunächst auftauchende Gedanke, dass es sich hier um eine agatartige Masse handeln könnte, wurde sofort durch die Thatsache beseitigt, *dass die optische Elasticität in der Richtung der asbestosartigen Fasern kleiner ist, als senkrecht darauf*, während bei einer schichtenweise abgelagerten und unter tangentieller Contraction erhärteten Substanz senkrecht zu den Schichten die grössere Elasticität auftreten muss¹⁾; überdies ist das, was ich beim Agate die radiale Durchsplitterung genannt habe, nicht vergleichbar mit der so regelmässigen und feinen Faserstructur der Asbeste. Das angegebene Resultat wird einfach mit einem Gypsplättchen erhalten, welches die empfindliche Purpurfarbe zeigt und auf welchem die Mittellinie, als Richtung der kleinsten Elasticität bezeichnet ist. Legt man sehr feine Fäserchen auf die Gypsplatte in der Richtung der Mittellinie, so sieht man im polarisirenden Mikroskope die Farbe der Fasern auf Blau und Grün steigen, während sie auf Roth und Gelb herabsinkt, wenn die Fasern senkrecht zur Mittellinie liegen. Gelegentlich mag bemerkt werden, dass man in Nörremberg's Instrument mit grossem Polarisationsfeld die Mittellinie des Gypses daran erkennt,

1) Diese Annalen Bd. CXXIII, S. 102.

dass in ihrer Richtung gegen den Rand des Sehfeldes ein Sinken (zu Roth und Gelb), und senkrecht darauf ein Steigen (zu Blau und Grün) eintritt.

Nach Des Cloizeaux¹⁾ hätte der Chrysotil eine zu den Fasern senkrechte negative Mittellinie, und die Ebene der optischen Axen wäre den Fasern parallel. Es ist, nach Analogie der Glimmer, nicht undenkbar, dass Chrysotile verschiedenen Ursprungs auch optisch sich unterscheiden; für den von Reichenstein ist aber nach meinen Beobachtungen die Faserrichtung zugleich die Mittellinie und der Krystall positiv; Winkel der optischen Axen in der Luft: 16° 30', Dispersion der Axen unmerklich. Um diess zu finden, war es aber nöthig, den Stein senkrecht zu den Fasern in dünne Scheiben zu schneiden, was ohne einen besonderen Kunstgriff unmöglich gewesen wäre. Zwei kurze, durchscheinende und möglichst wenig geknickte Säulchen wurden durch Schaben in Cylinderchen von 3 Millimeter Durchmesser verwandelt, mit Siegellak der Länge nach in Glasrörchen gekittet und nun mit einer Drahtsehne²⁾ in Scheibchen von etwa Millimeter Dicke zerschnitten. Die eine Seite der Scheibchen wurde dann aus freier Hand geschliffen, polirt und mit der so bearbeiteten Fläche auf die Mitte eines quadratischen Gläschens, nebst vier kleinen Glasplättchen gleicher Dicke in den Ecken, festgekittet. Die zweite Fläche konnte so recht sorgfältig behandelt werden, während bei der weniger gut bearbeiteten ersten Fläche der durchsichtige Kitt nachhelfen konnte. Von vier gleichzeitig in Angriff genommenen Präparaten war aber nur eins vollkommen brauchbar; die drei anderen gaben theils kein scharfes, theils gar kein Bild der Ringe, was mit verworrender Kristallisation, Knickung der Fasern oder zu großer Annäherung an das rohe Gestein zusammenhängen konnte.

Die Bestimmung des optischen Charakters geschah mit der Glimmerplatte von $\frac{1}{4}\lambda$, die des Axenwinkels durch Ver-

1) *Manuel de minéral.* p. 112.

2) Diese Annalen, Bd. CXVIII, S. 263.

gleichung mit andern zweiäxigen Krystallen, wobei dieser Winkel nahe dem des Weifsbleierzes in der Luft gefunden wurde. Das in seinem Glasring eingeschlossene Plättchen hat eine Dicke von 0,65^{mm}; unter dem Mikroskop erkennt man neben regellosen Klüftungen auch geradlinige Streifen, die vielleicht den Seiten gerader Prismen entsprechen, an die man doch wohl in erster Linie zu denken Veranlassung hat. Wahrscheinlich fällt die Ebene der optischen Axen in die längere Diagonale der Basis einer rhombischen Säule; doch bin ich in dieser Beziehung nicht sicher, da ich in einigen der geradlinigen Striche Kritze erkannte, die sich über den Glasring fortsetzen, und bei anderen, die dies nicht thaten, die Entscheidung zweifelhaft blieb.

Der Versuch, den gewöhnlichen langfasrigen Asbest in gleicher Weise zu behandeln, ist mir vor der Hand wegen der sehr starken Zerklüftung nicht gelungen; jedenfalls ist aber auch hier, wie beim Chrysotil in der Faserrichtung die optische Elasticität kleiner als senkrecht darauf, woraus aber natürlich noch nicht auf Identität der übrigen optischen Verhältnisse geschlossen werden darf.

Tübingen, 6. Jan. 1866.

XIII. Ueber einen Gasbrenner zur Intonation grosser Röhren; von E. Reusch.

1. Der Gasbrenner, dessen ich mich seit zwei Jahren bediene, um aus Blechröhren von 2^m bis 3^m Länge und 7^{cm} bis 8^{cm} Weite anhaltende und schöne Orgeltöne hervorzulocken, ist der Hauptsache nach ein weiter Bunsenbrenner, an dessen oberer Oeffnung ein nach oben convexes Drahtnetz eingesetzt ist¹⁾. Die Dimensionen meines

1) Der hiesige Mechanicus Erbe hat schon etliche Brenner dieser Art ausgeführt.

Brenners sind folgende: das verticale Hauptrohr hat 17^{mm} inneren Durchmesser und 125^{mm} Länge; es setzt sich mit leichter Reibung auf einen massiven cylindrischen Theil von 25^{mm} Höhe, in welchem auch die Spitze für das ausströmende Gas eingeschraubt ist. Das Rohr enthält unten in einer Höhe von 12^{mm} vom Rohrende anfangend, vier rechtwinkliche Oeffnungen von 12^{mm} Höhe und 6^{mm} Breite, und diesen Oeffnungen entsprechen vier schief eingefeilte Einschüttte in dem massiven Cylinder, durch welche Luft zum Gas treten kann. Die Stelle, wo das Gas ausströmt, liegt 90^{mm} unter dem oberen Rohrende; mit Hahn und Fußplatte beträgt die Höhe des ganzen Brenners 200^{mm}. Zur Herstellung der Netzkappe wird aus einem eisernen Drahtnetz von 170 bis 200 Maschen auf das Quadratcentimeter eine Scheibe von 4^{cm} Durchmesser ausgeschnitten, dieselbe ausgeglüht und nun mit Hülfe eines cylindrischen halbkuglich endigenden Holzstucks von etwas kleinerem Durchmesser als das Rohr in das letztere eingetrieben, wo es durch Reibung festhält. Die Kuppe des Netzes kommt ungefähr in die Ebene der oberen Oeffnung zu liegen.

Das Blechrohr, welches zum Tönen gebracht werden soll, befindet sich, durch ein Stativ vertical gehalten, mit seinem unteren Ende in einer Höhe über dem Tische, welche die Höhe des Brenners (200^{mm}) um etwa 30^{mm} übertrifft, so daß der außerhalb angezündete und regulirte Brenner auf dem Tisch unter das Rohr geschoben und nachher durch einen untergesetzten Holzcylinder so weit im Rohr gehoben werden kann, daß die Flamme 5 bis 7^{cm} über dessen unterer Oeffnung steht. Der untere Theil meines Blechrohrs von 1,8^m Länge ist mit einem gläsernen cylindrischen Ansatz von 11^{cm} Länge versehen, damit man die Flamme sehen kann; das Rohr gibt das unterste Fis meines Harmoniums, entsprechend 94 Vibrationen in der Sekunde.

Die Regulirung des Brenners erfordert einige Uebung: man läßt anfangs reichlich Gas zuströmen, zündet an und läßt den Brenner gehörig heiß werden; nachher reducirt

man den Gaszufluss am Brennerhahn oder viel besser an einem weiter zurückliegenden Hahn, bis die Flamme nur noch etwa 2^m hoch ist. Hierbei hat sich ein anfangs im Innern der Flamme aufgetretener grüner Lichtkegel allmählich herabgesenkt und sich als grüner Lichtring in den Raum zwischen Netz und Rohrende gelegt. (Manchmal fängt der Brenner in diesem Zustand an zu summen, und thut es unfehlbar bei weiterer, hier nicht in Betracht kommender Reduction des Gaszuflusses.) Führt man jetzt den Brenner ins Blechrohr, so ertönt gewöhnlich das Rohr unmittelbar; sollte dies nicht eintreten, so halte man die flachen Hände einige Zeit unter die Rohröffnung und der Ton wird sicher kommen. Man könnte statt dessen auch am Brennerrohr eine Pappscheibe anbringen, aber der Ton erhält dadurch etwas Rauhes. Bei einiger Uebung im feinen Nachreguliren des Gaszuflusses gelingt es immer, auch ohne diese Scheibe, den Ton zu bekommen und beliebig lang constant zu erhalten. Beim normalen Tönen glüht das Netz fortwährend und macht im Dunkeln den Eindruck einer Erdbeere, die von einem grünen Lichtring umflossen ist; ein schwach violetter Lichtpinsel erhebt sich wenige Millimeter über das Rohr.

Der so hervorgebrachte Ton ist vermöge der Menge harmonischer Obertöne, die ihn begleiten, von einer Fülle wie sie kaum ein anderes musikalisches Werkzeug hervorzubringen im Stande ist. Der einfache Sirenenton erscheint ihm gegenüber dumpf und leer. Nicht leicht hört Jemand den Ton ohne zu fragen, ob es nicht möglich wäre, eine Gasorgel nach diesem Prinzip zu construirens. Nun giebt es zwar kaum ein kräftiger wirkendes Mundstück, um ein verticales offenes Rohr zu intoniren, als einen solchen Brenner; aber die Sicherheit des Ansprechens bei Einführung des regulirten Brenners in das Rohr ist nicht groß genug, auch kann das Summen der Brenner außerhalb des Rohrs stören. Dagegen glaube ich, dass durch gleichzeitige Intonation dreier zum Accord gestimmter Rohre von großen

Dimensionen ein mächtiger Effect hervorgebracht werden könnte.

2. Beobachtet man im Dunkeln die im Rohr schwimmende Flamme im rotirenden oder nur mit der Hand rasch hin und her gedrehten Spiegel, so giebt das glühende Netz ein dunkelrothes Band, an welchem in gleichen Abständen hellgrüne Ringe angefasst erscheinen. Bei genauerer Betrachtung sieht man, wie sich von Ring zu Ring ein schwach blaues Band über dem rothen wellenförmig hinzieht, entsprechend dem Auf- und Abslackern des oberen Theils der Flamme. Die größte Breite des blauen Bandes findet sich in der Nähe der grünen Ringe. Die Schärfe, mit der die letzteren im Spiegel erscheinen, deutet darauf hin, dass die Zeittheile, während welcher die Flamme das intensive grüne Licht aussendet, ziemlich klein sind im Vergleich mit der Dauer einer ganzen Pulsation. Das schöne grüne Licht führt nicht etwa von dem Kupfer des Messingrohrs her, denn es erscheint auch in einem gläsernen Brenner; überdies zeigt die Spectralbeobachtung, dass es sich um das Grün des Kohlenwasserstoffspectrums handelt.

3. In dem Zustand, in welchem der Brenner für's Tönen regulirt ist, eignet er sich noch zu einer anderweitigen Demonstration: lässt man nämlich in die Flamme einen seitlich gehaltenen rechtwinklich umgebogenen Platindraht bis in die Nähe des Netzes vertical hineinragen, so kommt der Draht bald zum Glühen, denn die kleine Flamme ist sehr heiß und ein Silberdraht schmilzt leicht darin. Quetscht man nun den Gasschlauch zusammen, so erlischt die Flamme und der Draht hört auf zu glühen. Lässt man nach einigen Sekunden wieder Gas zu, so beginnt der Draht wieder zu glühen, ohne dass die Flamme sich entzündet. Die Wiederentzündung der Flamme kann aber bei lebhaft glühendem Drahte leicht durch sanftes Behauchen desselben herbeigeführt werden. Vermehrt man den Gaszufluss, so überwiegt in den unteren Theilen des Drahtes die abkühlende Wirkung des zuströmenden Gases; die glühende

Partie steigt in die Höhe, kann aber durch Verminderung des Gaszuflusses wieder herabgezogen werden.

Ein in der Weise (nach ausgequetschter Flamme) glühender gerader Platindräht könnte, bei gehörigem Schutze gegen Luftströmungen, bei manchen Versuchen als Lichtlinie dienen; in Form einer Spirale würde der Draht eine leuchtende Wärmequelle abgeben, wie sie gewöhnlich mit Hülfe einer Alkohollampe erhalten wird. Selbst ebene Platinstreifen von 12^{mm} Breite bleiben nach Ausquetschen der Flamme auf eine Verticalstrecke von mehreren Centimetern in lebhaftem Glühen; es dürfte aber ein cylindrisch gebogenes Blech von etwa 10^{mm} Durchmesser und 50^{mm} Höhe, das nahe über dem Netze schwebend erhalten wird, noch mehr zu empfehlen seyn. Im Fall der Spirale und des Blechs, verträgt der Brenner einen viel bedeutenderen Gaszufluss.

Tübingen, 7. Jan. 1866.

XIV. Die chemische Zusammensetzung des Magneteisens aus dem Pfitschthale; von E. Söchting in Berlin.

Wenn gleich die chemische Zusammensetzung des Magneteisens nach den meisten Analysen durch die Formel FeFe dargestellt wird, so sollen doch einzelne Varietäten vorkommen, denen eine andere Zusammensetzung eigen sey. So soll nach v. Kobell's Analysen das cylindrische Magneteisen vom Schwarzenstein im Zillerthale mehr einer Verbindung aus drei Aequivalenten Eisenoxydul auf vier Aequivalente Eisenoxyd entsprechen. Aehnlich ein schaliges Erz von Arendal.

Wie G. Winkler (Vierteljahrsschr. f. prakt. Pharm. V, 241; Rammelsberg, Handb. der Mineralchem., 158) an-

giebt, sollen die anscheinend frischen Octaëder aus dem Pfitschthale in Tirol 19,66 Proc. Eisenoxydul gegen 79,66 Proc. Eisenoxyd enthalten, also ungefähr ein Aequivalent Oxydul auf zwei Aequivalente Oxyd ($18,37 \text{ Fe} : 81,63 \text{ Fe}$).

Durch Hrn. Prof. G. Rose erhielt ich mehrere wohl ausgebildete Cylinder aus dem Pfitschthale und wählte davon eins zur Untersuchung, welches die schärfsten Kanten und die glänzendsten, glattesten Flächen besaß, wie man sie nur wünschen kann. Das Pulver wurde vom Magneten stark und völlig angezogen. Dasselbe wurde unter einer Atmosphäre von Kohlensäure in Schwefelsäure gelöst und mit Chamäleonlösung (1 Cub.-Centim. = $2,682^{\text{mtr}}$ Eisen = $3,448^{\text{mtr}}$ Eisenoxydul) titriert. Von diesen ist verbraucht auf

$$\begin{aligned} 377,7^{\text{mtr}} \text{ Pulver} & \quad 33,9 \text{ CC.} = 90,92 \text{ Fe} \\ & \quad = 116,89 = 30,94 \text{ Proc. Fe} \end{aligned}$$

Dr. Finkener, welcher einen andern Antheil desselben Pulvers titrierte, wandte an auf

$$\begin{aligned} 679,6^{\text{mtr}} \text{ Pulver} & \quad 60,6 \text{ CC.} = 162,53 \text{ Fe} \\ & \quad = 208,97 = 30,75 \text{ Proc. Fe.} \end{aligned}$$

Da die Formel Fe_2O_3 31,03 Proc. Fe verlangt, so dürfte dieselbe hiernach auch für das untersuchte Magnetisen aus dem Pfitschthale Geltung haben.

mit dem nächsten und seitdem bis heute nicht wieder
XV. Nachtrag zu dem Aufsatz: Ueber die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure und der atmosphärischen Luft bei 100°; von P. Blaserna¹⁾.
 (Briefliche Mittheilung von dem Hrn. Verfasser.)

Palermo 6. Dec. 1865.

In diesem Augenblick — December 1865 — finde ich in diesen Annalen, Bd. 116, S. 429 einen Aufsatz von Hrn. Dr. Schröder van der Kolk, betitelt: Ueber die Abweichungen der wirklichen Gase vom Mariotte'schen Gesetze, worin der Verfasser eine der meinigen sehr ähnliche Methode befolgt, und zu ungefähr ähnlichen Resultaten gelangt. Meine Methode, welche übrigens sehr einfach und natürlich ist, und in den Arbeiten Regnault's, öfters, wenn auch vag angedeutet ist, habe ich schon im Jahre 1861 entwickelt und am Schlusse des Jahres Hrn. Regnault brieflich mitgetheilt, selbige dann im Congres von Siena im September 1862 veröffentlicht, wie man aus dem »Diario del X. Congresso« ersehen kann. Ich führte die dazu gehörigen Rechnungen nicht aus, weil die damals bekannten Ausdehnungscoefficienten für Lust und Kohlensäure mir nicht hinreichend schienen, um mit einiger Sicherheit Schlüsse aus ihnen zu ziehen, und wartete auf die Veröffentlichung des zweiten Bandes der Regnault'schen Untersuchungen, von denen ich wußte, daß sie viel zahlreichere Bestimmungen des Ausdehnungscoefficienten bei constantem Druck enthalten würden, da ich selbst die Ehre hatte, an jenen Bestimmungen in Regnault's Laboratorium Theil zu nehmen. Ich sage dies, nicht um Hrn. Schröder van der Kolk die Priorität seiner Arbeit abzustreiten. Seine Arbeit wurde einige Monate früher — Mai 1862 —, als meine erste Notiz veröffentlicht und gehört folglich ganz ihm. Aber da meine Betrachtungen auf

1) Ann. Bd. 126, S. 594.

einer viel ausgedehnteren experimentellen Basis beruhen, wird man sie, wie ich hoffe, nicht ohne Interesse durchgehen, wie ich es auch überhaupt ganz dem Leser überlasse, zu entscheiden, ob und wie viel Originelles noch in meinem Aufsatze übrig geblieben sey.

XVI. Ueber die Ermittlung des Refractionsaequivalentes der Grundstoffe; von A. Schrauf.
(Aus d. Anzeiger d. Wiener Akad. 1865, No. XI, vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Neuere Untersuchungen haben gezeigt, dass der bereits von Newton und Laplace aufgestellte Ausdruck für das Brechungsvermögen

$$m = \frac{n^2 - 1}{d}$$

sich als richtig bewährt und die Abhängigkeit der Lichtfortpflanzung (ausgedrückt durch den Brechungsexponenten n) von der Dichte d genügend darstellt, wenn auch die Dispersion berücksichtigt wird. Ich habe daher vor langerer Zeit unter der Voraussetzung, dass

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

die Formeln

$$M = \frac{A^2 - 1}{d} \quad N = \frac{B}{d^2}$$

aufgestellt, wo erstere das Refractionsvermögen, letztere das Dispersionsvermögen bezeichnet.

Die Kenntniß dieser Function ermöglicht ferner auch die Abhängigkeit der Fortpflanzung des Lichts von der chemischen Zusammensetzung zu berücksichtigen. Es zeigte sich, wenn man das Product des Atomgewichts P in m also $Pm = M$ das Refractionsaequivalent nennt, dass M einer Verbindung die Summe der einfachen oder multiplen M der Bestandtheile in der Form ist

$$M(a+b+c\dots) = M(a) + M(b) + M(c) \dots$$

wobei die für die verschiedenen Aggregatzustände eines Stoffes geltenden Refractionsaequivalente M in einfachen multiplen Verhältnissen stehen. Die Anwendung dieses Satzes — namentlich auf binäre Verbindungen — erlaubte

aus dem vorhandenen Beobachtungsmaterial, welches der Verf. durch eigene Beobachtungen theils vermehrte, theils für seinen Zweck ergänzte, die Refractionsaequivalente einer grossen Zahl von Grundstoffen abzuleiten, eine Zahl also zu finden, welche den optischen Charakter einer Verbindung — analog wie die Atomgewichte den chemischen — quantitativ festsetzt und voraus berechnen lässt.

Mit Zugrundlegung der Atomgewichte ($H=1$; $O=16$) wurden nachfolgende Werthe der Refractionsaequivalente von 33 Grundstoffen für deren (g) gas- oder dampfförmige, (f) feste oder flüssige, (m) metallische Zustände gefunden, wobei das Refractionsaequivalent des Wasserstoffs $M(H)=0,004050=1,01$ oder $0,00400=1$ gesetzt ist.

Aluminium	f	5,85	Phosphor	g	4,85
Antimon	m	76,35	"	f	18,88
Arsen	g	4,09	Quecksilber	g	7,95
"	f	12,39	"	f	18,99
Baryum	f	10,98	"	m	99,37
Blei	m	89,50	Sauerstoff	g	1,98
Bor	f	6,00	Schwefel	g	3,96
Brom	f	10,86	Selen	m	30,11
Calcium	f	7,74	Silber	m	34,09
Kadmium	f	11,72	Silicium	f	8,81
Chlor	g	5,56	"	m	32,77
Eisen	m	33,89	Stickstoff	g	2,10
Fluor	f	1,00 (?)	Strontium	f	8,50
Iod	f	19,03	Titan	f	31,98
Kalium	f	4,77	Wasserstoff	g	1,0
Kohlenstoff	f	5,06	Wismuth	m	81,62
Kupfer	m	18,01	Zink	f	7,87
Lithium	f	3,25	"	m	21,75
Magnesium	f	7,38	Zinn	f	19,88
Natrium	f	3,71			

Diese gewonnenen Zahlen erlauben mehrere Vergleiche über die Ähnlichkeit des optischen und chemischen Charakters der Elemente.

Gedruckt bei A. W. Schade in Berlin, Stallschreiberstr. 47.